

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

**Э.В. АВТУХОВИЧ, С.М. ГУРИЕВ, Н.Н. ОЛЕНЕВ,
А.А. ПЕТРОВ,
И.Г. ПОСПЕЛОВ, А.А. ШАНАНИН, С.В. ЧУКАНОВ**

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
ЭКОНОМИКИ ПЕРЕХОДНОГО ПЕРИОДА**

**Вычислительный центр РАН
МОСКВА**

ISBN 5-201-14728-3

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

Э.В. АВТУХОВИЧ, С.М. ГУРИЕВ, Н.Н. ОЛЕНЕВ,
А.А. ПЕТРОВ,
И.Г. ПОСПЕЛОВ, А.А. ШАНАНИН, С.В. ЧУКАНОВ

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
ЭКОНОМИКИ ПЕРЕХОДНОГО ПЕРИОДА**

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР РАН
МОСКВА 1999**

УДК 519.86

Ответственный редактор
докт. физ.-матем. наук А.В. Лотов

Аннотация

Рассматриваются теоретические вопросы математического моделирования экономики переходного периода: возникновение нескольких видов денег, функция банков в застойной экономике при низкой инфляции, поведение потребителей. Полученные результаты использованы при создании математической модели, описывающей экономику региона. В основу модели положены гипотезы, которые сформулированы в результате системного анализа экономических отношений, сложившихся к 1996 г. в России. Излагаются описание модели и некоторые результаты ее исследования.

Работа выполнена при поддержке **Фонда фундаментальных исследований Российской Федерации** (коды проектов 95-01-01001, 96-15-96207 и 98-01-00777).

Рецензенты: А.П. Афанасьев,
Ю.А. Флеров

Научное издание

© Вычислительный центр
Российской академии наук, 1998

ЧАСТЬ I. ЭВОЛЮЦИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ОТНОШЕНИЙ В РОССИИ ПОСЛЕ РЕФОРМЫ

Введение

В переходный период экономического развития страны происходит изменение экономического уклада, которое выражается в перестройке экономических отношений. Этот процесс мы наблюдаем в России последние пять-семь лет, и могли убедиться, насколько существенно влияют отношения экономических агентов, складывающиеся в процессе перестройки, на характер эволюции экономики.

В 1992-1993 гг. были окончательно разрушены юридические структуры административно-хозяйственной системы управления экономикой, но сохранились многие из прежних экономических отношений. Официальной доктриной реформы было уменьшение роли государства в экономической жизни. Она воплотилась прежде всего в отмене государственного контроля над производством, ликвидации контроля за доходами и расходами, резком уменьшении госзаказов, особенно военных. Государство потеряло контроль за ценами на большинство продуктов, утратило монополию на внешнюю торговлю. С 1992 г. правительство старалось регулировать экономику преимущественно макроэкономическими и фискальными методами.

Однако фактически государство продолжало сильно влиять на экономику. Возникла запутанная система импортных и налоговых льгот, экспортных квот, целевых и льготных кредитов. Система обращения, в том числе распределение продукции, основывалась на прежних личных, неформальных и тем не менее стабильных связях между администрацией предприятий-смежников. Администрация предприятий была тесно связана с верхними уровнями государственной иерархии. Новые производственные отношения, которые как-то помогали выживать в новых условиях, возникали из прежних неформальных отношений.

Предприятия были обременены громоздкой инфраструктурой, в том числе социальной, несли большие издержки, большую часть которых составляли постоянные издержки. Сразу же после либерализации цен возникла сильная инфляция, в условиях которой большинство предприятий потеряли часть оборотных фондов, стали убыточными и начали сокращать производство. Основные фонды и труд стали избыточными, но рынков инвестиций и труда не было, поэтому быстрая структурная перестройка производства не могла произойти. В результате капитал и труд оказались неподвижными, постепенно деградирующими факторами производства. Лимитирующими, подвижными производственными факторами стали оборотные фонды. По старым связям и традициям правительство было вынуждено давать льготные кредиты для пополнения оборотных фондов предприятий, чтобы предотвратить остановку производства. Для снабжения и сбыта тоже преимущественно использовались старые связи. Не имея альтернативных каналов, смежники верили друг другу в долг. Возникающие взаимные неплатежи обосновывали требования льготных кредитов, которые стали существенным источником дохода. Администрация предприятий фактически действовала как единый консорциум, борющийся за льготные кре-

днты. Опросы директоров предприятий и анализ, проводившийся многими экономистами, показали, что администрация предприятий в то время действовала в основном в интересах трудовых коллективов, стремясь только сохранить производство. Инвестиции в основные фонды не соответствовали интересам трудовых коллективов, а, кроме того, у администрации предприятий не было для них ресурсов.

Спад производства, сокращение финансирования бюджетной сферы, уничтожение инфляцией сбережений вызвали сильное сокращение средних реальных доходов населения. В 1992-1994 гг. население (домашние хозяйства) практически не выполняло функций сберегателей в экономике. И богатые, и бедные тратили свободные деньги на потребление. Остальные средства либо переводились за рубеж, либо втягивались в чисто спекулятивные операции с недвижимостью, ваучерами или в многократную перепродажу товаров перед реализацией.

Промышленное производство в СССР было избыточным по отношению к реальному спросу, поэтому остались сверхнормативные запасы. К тому же спад производства высвободил сырье, и вместе с накопленными ранее сверхнормативными запасами оно составило огромный экспортный потенциал. Либерализация внешней торговли позволила быстро реализовать его, и хотя большая часть выручки оставалась за границей, того, что возвращалось в страну, было достаточно, чтобы экспортеры быстро стали самыми богатыми и влиятельными экономическими агентами. Либерализация торговли и накопление части валютной выручки от экспорта, которая снова пускалась в оборот, стимулировали развитие торгово-посреднических операций и, в частности, импорта товаров народного потребления. Поскольку торгово-посредническая деятельность была высокодоходной, она привлекала значительные трудовые ресурсы и практически весь свободный капитал. Согласно экономической теории, это должно было бы усилить конкуренцию и снизить доходность. Однако не усилило и не снизило – несмотря на развитие сферы торговли и высокую насыщенность рынка норма торговой прибыли, исчисленной по разнице фактических закупочных и отпускных цен с учетом всех издержек, была (и до сих пор остается) очень высокой по мировым стандартам. По-видимому, неорганизованные импорт и торговля фактически довольно быстро были взяты под контроль крупными, отчасти криминальными объединениями. Торговля стала монополистом по отношению к конечным потребителям и к многим производителям. Вокруг экспортно-импортных операций складывался новый рыночный сектор экономики, который специализировался на организации торговли, рекламе, обслуживании и охране богатых.

Структура внутренних цен в СССР резко отличалась от структуры мировых: сырье было относительно дешево, а товары народного потребления – дороги. Сверхвысокая прибыльность экспортно-импортных операций во внутренних ценах стимулировала расширение импортно-экспортной деятельности. В результате устойчиво рос спрос импортеров на доллары, и экспортеры в полном соответствии со своими интересами могли увеличивать курс доллара на внутреннем валютном рынке. По свидетельству экспертов, до начала активных операций Центрального банка РФ (ЦБ) на валютном рынке осенью 1993 г. экспортеры фактически диктовали курс доллара.

Последнее правительство СССР переложило на бюджет значительную часть долгов предприятий, в результате чего к концу 1991 г. они оказались нетто-кредиторами, располагая большими по тем временам свободными денежными средствами. Весной 1992 г. предприятия стали использовать свои активы для создания уставных фондов коммерческих банков. Источниками доходов банков были кредитование торговых, в том числе и внешнеторговых, операций, спекуляция на росте курса доллара и участие в распределении льготных кредитов ЦБ. Поскольку сбережения населения были уничтожены инфляцией, а доходы коммерческой сферы сберегались в основном в валюте (наличной или на счетах за рубежом), банки практически не имели депозитов, а их кредитные ресурсы – остатки расчетных счетов клиентов, собственные средства и деньги в расчетах – были бесплатными. В 1992-1993 гг. инфраструктура финансовых связей была развита слабо, в экономике важную роль играли задержки обращения, поэтому деньги в расчетах были важным кредитным ресурсом. Кредитные ресурсы банков состояли в основном из “коротких денег”, и это вынуждало их систематически компенсировать нехватку ликвидности заимствованиями на рынке межбанковских кредитов, а высокая инфляция обеспечивала устойчивость процесса взаимного кредитования.

Таким образом, на первом этапе реформы рыночные отношения охватывали сферу распределения, а в производстве господствовали внерыночные отношения, основанные на старых связях смежников и государственной поддержке. Экономическим содержанием первого этапа сначала было перераспределение доходов, первоначальное накопление капиталов, на основе которого затем происходило перераспределение собственности.

Перечисленные выше отношения экономических агентов были явным образом описаны в математической модели экономики России [1], которая использовалась в 1993-1994 гг. для аналитических и прогнозных исследований. Однако когда закончился период первоначального накопления капитала, рыночные отношения стали проникать в производство, возникли и стали быстро развиваться финансовые рынки, что свидетельствовало о дальнейшем качественном изменении экономических отношений и, следовательно, об изменении механизмов регулирования процессов воспроизводства. Старая модель перестала быть адекватной новым экономическим структурам, и надо было использовать выработанные принципы описания экономических систем для разработки новой модели, адекватно отражающей изменившиеся экономические отношения.

Чтобы разработать новую математическую модель, необходимо системно проанализировать сложившиеся новые экономические отношения и сформулировать систему гипотез (сценарий), которые выражаются в системе уравнений, представляющих собой новую математическую модель переходной экономики. В данной работе представлена модель открытой региональной экономики, в которой описаны качественные особенности сложившихся к 1996 г. экономических отношений.

Глава 1. Сценарий новых экономических отношений

Качественный перелом экономических отношений произошел в 1995 г., когда была завершена бесплатная приватизация и правительство перешло к жесткой кредитной политике, не эмиссионному финансированию государственного бюджета и ввело валютный коридор. Действия правительства оказались возможными и результативными потому, что пришел к естественному завершению первый этап развития экономических отношений, который занял 1992-1994 гг.

Было несколько внутренних причин возникновения новой экономической ситуации. Во-первых, изменилась структура внутренних цен. С одной стороны, насытился ограниченный внутренний рынок импортных потребительских товаров, в результате чего внутренние цены на них относительно снизились. Это привело к сокращению спроса импортеров на внутреннем валютном рынке. С другой стороны, выросли внутренние издержки экспортной деятельности. Рост издержек был вызван несколькими причинами: без инвестиций изнашивались производственные мощности экспортных отраслей и транспорта; в новой структуре выросли внутренние цены на топливо, электроэнергию и транспортные тарифы; несмотря на падение среднего уровня жизни в стране значительно выросла реальная заработная плата занятых в экспортных отраслях; возникший сектор рыночных услуг создал новые издержки на экспорт (маркетинг, реклама, сервис, охрана, содержание административных зданий и т.п.); укрепление границ России со странами СНГ существенно увеличило таможенные издержки. В результате увеличения издержек увеличилось предложение валюты на внутреннем рынке со стороны экспортеров. Относительный рост издержек экспорта и относительное снижение цен на импортные товары привели к тому, что структура внутренних цен приблизилась к структуре мировых цен.

Во-вторых, рост предложения валюты экспортерами и сокращение спроса на нее импортерами, по нашему мнению, были главными внутренними причинами укрепления рубля, что дало возможность ЦБ установить валютный коридор. Стабилизация рубля лишила привлекательности валютный рынок, поэтому деньги начали перетекать с него на рынок государственных краткосрочных облигаций (ГКО). Свяжав эти деньги, "пирамида" ГКО позволила осуществить не эмиссионное финансирование дефицита бюджета и подавить инфляцию. К тому же развитие рыночной инфраструктуры, резко сократив задержки обращения, облегчило борьбу с инфляцией.

В-третьих, изменились отношения собственности. После завершения бесплатной приватизации администрация предприятий почувствовала себя не зависящей от трудового коллектива. Прежние нерыночные стимулы ее деятельности – сохранение коллектива и поддержание производства – сменились чисто рыночным стимулом: увеличением собственного дохода. Изменению отношений администрации и трудового коллектива способствовало распространение различных форм нелегального и полуполюгального оборота платежных средств, используемых, чтобы уйти от уплаты налогов.

В-четвертых, изменился характер распределения доходов. Качественные изменения отношений собственности так же, как и количественные изменения

доходности экспортно-импортных операций, вызвали сильную дифференциацию доходов населения. Последствием изменения отношений собственности стала отраслевая дифференциация ставок заработной платы, которая, с одной стороны, отсекала от дележа экспортной выручки трудящихся, не причастных к экспортным операциям, а с другой – увеличила реальные доходы занятых в экспортных отраслях и сфере рыночных услуг. По-видимому, решающий шаг в отсечении от рынка населения, не связанного с экспортом, произошел в период резкого падения среднего уровня жизни при осуществлении жесткой кредитной политики весной 1995 г.

Сформировался достаточно многочисленный слой зажиточного населения, склонного к сбережениям (по экспертным оценкам, около 20 млн. человек занято в новой сфере рыночных отношений), и еще более выросла численность населения за чертой бедности. В итоге, с одной стороны, выросли сбережения, но уменьшился платежеспособный спрос на товарном рынке, а с другой стороны, уменьшилась необходимость вторичного нерыночного перераспределения доходов и увеличился платежеспособный спрос на нетрадиционные услуги, недвижимость.

Все четыре фактора способствовали снижению темпов инфляции. Дело в том, что чистая продукция внутреннего производства в России в настоящее время относительно мала и существенная часть ВВП производится в экспортных секторах. Следовательно, доходы населения в конечном счете формируются за счет прямого или косвенного перераспределения выручки от экспорта. Осуществить его можно только с помощью вторичного нерыночного перераспределения доходов, которое обычно осуществляется за счет эмиссии денег (льготные кредиты, бюджетные дотации и т.п.). Это, разумеется, стимулирует инфляцию.

Системный анализ новой экономической ситуации привел к выводу, что рыночные отношения стали проникать в производство, но не захватили его целиком, а сосуществуют с остатками традиционных нерыночных отношений. Была сформулирована следующая система гипотез, которая явным образом выражена далее в математических соотношениях, образующих модель региональной экономики. Эти гипотезы имеют общий характер, потому что выражают качественные особенности структур, сложившихся к настоящему времени в экономике России как органическом целом, независимо от конкретики того или иного региона.

1) В производстве существуют и взаимодействуют два уклада, использующих общую технологическую базу, общие основные фонды и трудовые ресурсы. Один из них можно назвать новым рыночным укладом. Он охватывает отрасли производства, ориентированные на экспорт (в том числе производящие оружие), и отрасли, работающие на конечное потребление (производство продуктов питания, строительство индивидуального жилья, транспорт и прочие услуги). Этот уклад гибко реагирует на спрос, номенклатура производства в нем подвижна, но партии товаров малы, заказы непостоянны, а платежи в значительной части осуществляются наличными деньгами, бартером, переводами между заграничными счетами. Прибыльность производства здесь достаточно высока. Если существует неучтенное статистикой производство, оно целиком осуществляется в рамках но-

вого рыночного уклада. Другой уклад можно назвать традиционным. Он обеспечивает поддержание производственной, транспортной и социальной инфраструктуры и выполнение госзаказов, особенно оборонных. Этот уклад малоприбыльный, фактически часто убыточный. Партии товаров здесь велики, а заказы стабильны. Хозяйственная деятельность экономических агентов, принадлежащих традиционному укладу, достаточно полно отражена в статистической отчетности. В традиционном укладе распространены неплатежи как особая форма расчетов, но налоги здесь выплачиваются добросовестно, однако при условии, что есть деньги. Экономические агенты традиционного уклада получают финансовую поддержку в виде невозвратных кредитов и покупки акций предприятий от экономических агентов нового рыночного уклада.

2) Границы укладов подвижны, поскольку они используют общие трудовые ресурсы и основные фонды. Организационное и финансовое объединение обоих укладов происходит в рамках финансово-промышленных групп. Финансово-промышленной группой (ФПГ) мы называем объединение экономических агентов "предприятий" и "банка", в котором лидирующая роль принадлежит банку. Экономический агент предприятие может быть и производителем, и посредником, оказывающим торговые услуги. Составной экономический агент "финансово-промышленная группа" в макромоделе не совпадает с какой-либо юридической ФПГ, этим понятием мы описываем повсеместно наблюдаемый процесс перехода предприятий под контроль обслуживающих их банков. Финансово-промышленная группа естественным образом описывает новую форму организации производства, которая обеспечивает сосуществование двух экономических укладов на общей производственной базе: с одной стороны, предприятия обросли торгово-посредническими фирмами, которые обеспечивают снабжение и сбыт по рыночным каналам, с другой, после отмены льготных кредитов предприятия вынуждены обращаться за кредитами к коммерческим банкам, которые они часто создавали за счет своих средств. Администрация предприятий, хозяева посреднических фирм и правления коммерческих банков часто состоят из одних и тех же лиц, управляющих деятельностью этой группы экономических агентов. Лидирует в группе банк, который эффективно использует остатки расчетных счетов и другие свободные средства участников группы, имеет прямой доступ на рынки валюты, ГКО и межбанковских кредитов, облегчает перевод денег из наличной в безналичную форму и обращение векселей. Банк предоставляет "своим" предприятиям кредиты на особых условиях. При слабости рынка межбанковских кредитов особые условия кредитования становятся более простым и естественным делом.

3) Вложения в ГКО представляют собой инвестиции, которые возобновились после окончания первого периода экономической реформы. Это инвестиции в высокодоходный, но рискованный "проект" финансирования государственного бюджета. По существу эти инвестиции направляются в оборотные фонды, потому что ГКО представляют собой краткосрочные бумаги, средства от продажи которых используются для финансирования текущих дефицитов бюджета. Практически безвозвратное кредитование

отечественных предприятий и скупка их акций играют роль страховых инвестиций. Кредиты предприятиям тоже являются вложениями в оборотные фонды, потому что средства, полученные в кредит, предприятия расходуют не на модернизацию и расширение производства, а на оплату сырья и заработную плату. Банки делают эти вложения, чтобы поддержать производственную базу новой рыночной деятельности предприятий. Но на рынке капитала складывается парадоксальная ситуация, когда свободные средства предприятий используются банками для вложений в ГКО. Таким образом, производство из объекта вложений превращается в источник средств для вложений в госдолг. Есть два препятствия для вложений в основной капитал предприятий: новые собственники так распорядились имуществом, доставшимся им от бесплатной приватизации, что в стране не образовалось крупных ресурсов свободного капитала; громоздкая и сильно изношенная инфраструктура российской промышленности требует огромных инвестиций.

4) Особенностью сложившихся экономических структур является обращение нескольких неэквивалентных видов платежных средств, которыми служат безналичные деньги, рублевая наличность, валюта, неплатежи и переводные векселя. Наличный и безналичный обороты разделены вследствие неэффективности и тяжести налоговой системы. Вообще, для переходного периода характерно обращение двух видов платежных средств: золота как твердых денег и частных векселей, обычно переучтенных частными банками, как мягких денег. В современной российской экономике аналогом твердых денег служат валюта и жестко связанные с ней безналичные рубли, а аналогом мягких – неплатежи. Но исторически векселя в форме акционерного капитала использовались для инвестиций, а золото – для текущих платежей; в нашей экономике, наоборот, инвестиции в ГКО делаются безналичными деньгами, а текущие платежи в традиционном секторе производятся векселями - неплатежами.

ЧАСТЬ II. НЕКОТОРЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКОНОМИКИ ПЕРЕХОДНОГО ПЕРИОДА

Сценарий экономических отношений, изложенный в предыдущей главе, ставит несколько важных проблем математического описания экономики, которые пока еще недостаточно исследованы. Первая из них – проблема описания ограничений, которые налагают на межотраслевые связи отношения собственности в финансово-промышленных группах. С ней тесно связана проблема описания условий, при которых возможно обращение различных видов денег. Говоря о различных деньгах, мы имеем в виду наличные деньги и неплатежи, которые можно считать оформленными или неоформленными векселями. Каждый из видов денег обслуживает свой канал обращения со своим ценообразованием, так что устанавливается котировка векселей в наличных деньгах. В связи с этим возникает проблема описания торгово-посреднических структур и их экономических функций в многоукладной экономике.

Вторая проблема возникает при наблюдении за коммерческими банками в экономике переходного периода. Возникает вопрос, в чем состоит функция банков в экономике, находящейся в застое при низкой инфляции, и где источник их доходов? Как описать поведение коммерческих банков в условиях существования двух укладов в производстве?

Третья проблема заключается в том, чтобы описать поведение потребителей: как группы населения делят свои доходы между расходами на потребление, рублевыми сбережениями и валютными сбережениями. Специфика современных российских условий заключается в том, что рублевые сбережения приносят доход, в то время как валютные сбережения в основном выполняют роль высоколиквидных денег, слабо подверженных воздействию инфляции. Это вносит особенность в денежное обращение. Обычно валюту относят к низколиквидным денежным активам, однако в нашей экономике ее следует относить к высоко ликвидным составляющим денежной массы.

В этой части будут рассмотрены модели, которые позволяют подойти к решению перечисленных проблем, а затем построить модель региональной экономики, основанной на предложенном в гл. 1 сценарии.

Глава 2. Неоклассическая модель межотраслевого баланса с учетом распределения собственности

Из литературы по математическому моделированию экономики известны два основных подхода к описанию производственных систем. Первый из них используется в моделях экономического равновесия типа Эрроу - Дебре. В этих моделях сфера производства описана как совокупность экономических агентов – самостоятельных хозяйствующих субъектов, владеющих средствами производства и запасами ресурсов. Производственные возможности экономических агентов описываются технологическим множеством общего вида. Развитие теории идет по пути формального обобщения описания технологических мно-

жеств, а содержательные результаты относятся к выяснению условий существования экономического равновесия, свойств равновесных цен и свойств равновесного распределения ресурсов. Можно сказать, что в моделях типа Эрроу - Дебре акцент делается на описании распределения собственности между экономическими агентами. Они плохо приспособлены для содержательного исследования технологической структуры экономики, хотя формально схемы межотраслевого баланса вкладываются в понятие технологического множества.

Второй подход используется в моделях межотраслевого баланса В. Леонтьева. В этих моделях выделяются специальные производственные единицы – чистые отрасли и детально рассматривается распределение произведенных чистыми отраслями продуктов и структура затрат чистых отраслей. При выделении чистых отраслей "смешиваются" предприятия, принадлежащие разным собственникам, поэтому можно сказать, что в моделях типа Леонтьева акцент делается на описании технологической структуры производства. Они плохо приспособлены для описания распределения собственности, хотя бывает, что чистые отрасли рассматриваются как экономические агенты. Выделение чистых отраслей выполняется агрегированием выпусков качественно однородной (по тем или иным признакам) продукции различных предприятий и их производственных затрат с помощью цен, которые предполагаются равновесными. Опыт эмпирических исследований и теоретический анализ показывают, что балансовый метод Леонтьева хорошо описывает структуру межотраслевых связей только в равновесной экономике.

На нынешнем этапе перехода к новым экономическим отношениям в России происходит замена административного принципа распределения ресурсов рыночным, который в значительной степени осуществляется приватизацией – интенсивным изменением отношений собственности в сфере производства и обращения. В начале предприятия передавались в собственность трудовым коллективам, так что процесс приватизации происходил в рамках сложившейся отраслевой структуры. Затем по мере накопления капиталов в условиях неразвитого рынка началась диверсификация собственности, но на макроуровне в рамках возникающих финансово-промышленных групп (ФПГ). Рынок капитала оказался сегментирован в соответствии со сложившимся распределением собственности между ФПГ.

Эти процессы идут неравномерно, поэтому сейчас в нашей экономике сосуществуют два уклада: традиционный и рыночный, соответственно устойчиво сосуществуют различные каналы реализации продукции, в которых используются разные виды платежных средств. Традиционные связи допускают оплату "векселями" - неплатежами, а рыночные отношения требуют оплаты наличными деньгами. При этом сформировавшиеся у нас механизмы рыночного распределения ресурсов имеют большие транзакционные издержки.

Вообще говоря, надо сочетать идеи, на которых основаны модели типа Эрроу - Дебре, с идеями, на которых построены модели типа Леонтьева, чтобы построить модель производства, которая системно согласованно отражала бы перечисленные особенности структуры нашей экономики. Однако задача упрощается, потому что у нас распределение собственности экономических агентов незначительно диверсифицировано между отраслями – только на макроуровне, в рамках ФПГ. Значит можно попытаться модифицировать модель нелинейного

межотраслевого баланса (см., например, [1]), учтя ограничения, которые накладывает на межотраслевые связи распределение собственности между ФПГ.

Выделим N чистых отраслей и будем считать, что производственные мощности каждой отрасли разделены между финансово-промышленными группами, число которых обозначим A . Фактически это означает, что между ФПГ разделены предприятия отраслей. Модель межотраслевого баланса описывает потоки произведенных продуктов между отраслями и конечными потребителями. Для наших целей надо предполагать, что потоки продуктов реализуются по двум разным каналам. Первый из них представляет собой традиционные нерыночные связи между отраслями-смежниками и государственной администрацией. По этим связям продукты реализуются даже при условии, что потребитель не платит за них обусловленную цену "живыми" деньгами. Поставщик верит в долг, и возникают взаимные неплатежи производителей. По этим же связям поставляются продукты по заказу администрации, так что возникает задолженность администрации производителям. Второй канал представляет собой рыночное обращение продуктов, которое сопряжено с полной обусловленной оплатой за них "живыми" деньгами. По этому каналу продукты поставляются другим конечным потребителям, которых мы условно назовем населением. Таким образом в модель неоклассического межотраслевого баланса вводится описание расслоения отраслей по субъектам собственности (ФПГ) и описание обращения двух видов денег: суррогатных денег - неплатежей и "живых" денег.

Как обычно, считается, что каждая отрасль при производстве продукта затрачивает продукты других отраслей и M видов первичных ресурсов. Выпуск продукта j -й отраслью, принадлежащей ФПГ α , описывается производственной функцией $F_{j\alpha}(\mathbf{X}^{j\alpha}, \mathbf{I}^{j\alpha})$, в которой $\mathbf{X}^{j\alpha} = (X_1^{j\alpha}, \dots, X_N^{j\alpha})$ обозначает вектор продуктов, затрачиваемых в ФПГ α для выпуска j -го продукта, а $\mathbf{I}^{j\alpha} = (I_1^{j\alpha}, \dots, I_M^{j\alpha})$ – вектор первичных ресурсов, затрачиваемых в ФПГ α для выпуска j -го продукта. Выпуск j -го продукта отраслью, принадлежащей ФПГ α , распределяется на производственные затраты $X_{j\alpha}^{i\beta}$ j -го продукта, которое ФПГ α поставляет ФПГ β для производства i -го продукта, поставки государственной администрации $G_{i\alpha}$ и другим конечным потребителям (населению) $X_{j\alpha}^0$, а кроме того на затраты $\Omega_{j\alpha}$, связанные с услугами торговых посредников при реализации продуктов по рыночным каналам. Это выражается балансовыми соотношениями

$$F_{j\alpha}(\mathbf{X}^{j\alpha}, \mathbf{I}^{j\alpha}) \geq \sum_{i, \beta} X_{j\alpha}^{i\beta} + X_{j\alpha}^0 + G_{j\alpha} + \Omega_{j\alpha}, \quad (2.1)$$

$$X_k^{j\alpha} = \sum_{\beta} X_{k\beta}^{j\alpha}, \quad (2.2)$$

$$X_j^0 = \sum_{\alpha} X_{j\alpha}^0, \quad (2.3)$$

где X_j^0 обозначает количество j -го продукта, поставленного населению.

Из количества $X_{j\alpha}^{i\beta}$ j -го продукта, которое ФПГ α поставляет ФПГ β для производства i -го продукта, часть величиной $Y_{j\alpha}^{i\beta}$ реализуется по традиционным связям, а часть величиной $Z_{j\alpha}^{i\beta}$ – по рыночному каналу:

$$X_{j\alpha}^{i\beta} = Y_{j\alpha}^{i\beta} + Z_{j\alpha}^{i\beta}. \quad (2.4)$$

Количество затрачиваемых в производстве первичных ресурсов ограничено заданным их общим количеством l_m :

$$\sum_{j, \alpha} l_m^{j\alpha} \leq l_m. \quad (2.5)$$

Как уже было сказано, при поставках продуктов по традиционным связям могут возникать взаимные неплатежи производителей и задолженность администрации производителям. Однако, как показывает практика, производители в целом оказываются должниками за поставки первичных ресурсов. Чтобы учесть это обстоятельство, будем считать, что первичные ресурсы поступают производителям по традиционным связям.

Одна из экономических функций ФПГ состоит в регулировании взаимных платежей. Мы предполагаем, что производители в рамках каждой из ФПГ имеют активное сальдо платежей: платежи их потребителей не меньше, чем их собственная задолженность поставщикам. Для простоты будем считать, что за единицу i -го продукта, поставленного по традиционным связям, потребитель недоплачивает величину p_i , а за каждую единицу m -го первичного ресурса – μ_m . Тогда последнее условие выразится соотношением

$$\sum_j p_j G_{j\alpha} + \sum_{i, j, \beta} p_j Y_{j\alpha}^{i\beta} \geq \sum_{i, j, \beta} p_i Y_{i\beta}^{j\alpha} + \sum_m \mu_m l_m^{j\alpha}. \quad (2.6)$$

Поставки продуктов по рыночному каналу требуют затрат, связанных с услугами торговых посредников. Можно по-разному описать торговых посредников, мы будем считать, что каждый из них входит в одну из ФПГ и специализирован на продаже одного из производимых в ней продуктов. В этом случае затраты имеют вид

$$\Omega_{j\alpha} = \phi_{j\alpha}(X_{j\alpha}^0, \dots, Z_{j\alpha}^{i\beta}, \dots), \quad (2.7)$$

где $\phi_{j\alpha}(X_{j\alpha}^0, \dots, Z_{j\alpha}^{i\beta}, \dots)$ – выпуклая, монотонно неубывающая функция затрат, связанных с услугами торговых посредников.

По экономическому смыслу переменные $G_{j\alpha}, l_m^{j\alpha}, X_{j\alpha}^0, Y_{j\alpha}^{i\beta}, Z_{j\alpha}^{i\beta}$ неотрицательны:

$$G_{j\alpha} \geq 0, l_m^{j\alpha} \geq 0, X_{j\alpha}^0 \geq 0, Y_{j\alpha}^{i\beta} \geq 0, Z_{j\alpha}^{i\beta} \geq 0. \quad (2.8)$$

Спрос населения будем описывать вогнутой функцией полезности (индексом потребления) $F_0(\mathbf{X}^0)$, в которой $\mathbf{X}^0 = (X_1^0, \dots, X_N^0)$ – вектор конечного потребления продуктов населением.

В работе [2] показано, что решение задачи о максимуме функции полезности при ограничениях неоклассического межотраслевого баланса описывает равновесное распределение продуктов и ресурсов механизмами совершенно конкурентных рынков. Чтобы исследовать влияние неплатежей, рассмотрим задачу о максимуме функции полезности $F_0(\mathbf{X}^0)$ при ограничениях (2.1) – (2.8). Если выразить в условии (2.1) переменную $\Omega_{j\alpha}$ с помощью (2.7), получим задачу вогнутого программирования. Введем двойственные переменные: $q_{j\alpha} \geq 0$ – к условию (2.1), $\xi_k^{j\alpha}$ – к условию (2.2), q_j – к условию (2.3), $\zeta_{j\alpha}^{i\beta}$ – к условию (2.4), $s_m \geq 0$ – к условию (2.5), $\theta_\alpha \geq 0$ – к условию (2.6); и рассмотрим функцию Лагранжа, которая после перегруппировки слагаемых записывается в виде

$$\begin{aligned} L = & \sum_m s_m l_m + \left[F_0(\mathbf{X}^0) - \sum_j q_j X_j^0 \right] + \\ & + \sum_{j,\alpha} \left[q_{j\alpha} F_{j\alpha}(\mathbf{X}^{j\alpha}, \mathbf{l}^{j\alpha}) - \sum_k \xi_k^{j\alpha} X_k^{j\alpha} - \sum_m (s_m + \theta_\alpha \mu_m) l_m^{j\alpha} \right] - \\ & - \sum_{j,\alpha} \left[(q_{j\alpha} - q_j) X_{j\alpha}^0 + \sum_{i,\beta} \zeta_{j\alpha}^{i\beta} Z_{j\alpha}^{i\beta} + q_{j\alpha} \phi_{j\alpha}(X_{j\alpha}^0, \dots, Z_{j\alpha}^{i\beta}, \dots) \right] + \\ & + \sum_{j,\alpha} \left[G_{j\alpha} (\theta_\alpha p_j - q_{j\alpha}) \right] + \sum_{i,j,\alpha,\beta} X_{i\beta}^{j\alpha} (\zeta_{i\beta}^{j\alpha} + \xi_i^{j\alpha} - q_{i\beta}) + \\ & + \sum_{i,j,\alpha,\beta} Y_{i\beta}^{j\alpha} (\theta_\beta p_i - \theta_\alpha p_i - \zeta_{i\beta}^{j\alpha}). \end{aligned}$$

Будем считать, что в каждой из ФПГ производственная система продуктивна. Тогда в рассматриваемой задаче оптимизации выполняются условия Слейтера. По теореме Куна - Таккера для того, чтобы набор переменных $X_j^0, X_k^{j\alpha}, l_m^{j\alpha}, X_{i\beta}^{j\alpha}, Y_{i\beta}^{j\alpha}, Z_{i\beta}^{j\alpha}, G_{j\alpha}$ был решением задачи о максимуме функции полезности $F_0(\mathbf{X}^0)$ при ограничениях (2.1) – (2.8) необходимо и достаточно,

чтобы выполнялись ограничения (2.1)–(2.8) и существовали двойственные переменные q_j , $q_{j\alpha} \geq 0$, $\xi_k^{j\alpha}$, $\varsigma_{j\alpha}^{i\beta}$, $s_m \geq 0$, $\theta_\alpha \geq 0$, такие что

$$q_{j\alpha} \left(F_{j\alpha}(\mathbf{X}^{j\alpha}, \mathbf{I}^{j\alpha}) - \sum_{i,\beta} X_{j\alpha}^{i\beta} - X_{j\alpha}^0 - G_{j\alpha} - \phi_{j\alpha}(X_{j\alpha}^0, \dots, Z_{j\alpha}^{i\beta}, \dots) \right) = 0, \quad (2.9)$$

$$s_m \left(\sum_{j,\alpha} I_m^{j\alpha} - I_m \right) = 0, \quad (2.10)$$

$$\theta_\alpha \left(\sum_j p_j G_{j\alpha} + \sum_{i,j,\beta} p_j Y_{j\alpha}^{i\beta} - \sum_{i,j,\beta} p_i Y_{i\beta}^{j\alpha} - \sum_{j,m} \mu_m I_m^{j\alpha} \right) = 0, \quad (2.12)$$

$$G_{j\alpha} (\theta_\alpha p_j - q_{j\alpha}) = 0, \quad \theta_\alpha p_j \leq q_{j\alpha}, \quad (2.13)$$

$$\varsigma_{i\beta}^{j\alpha} + \xi_i^{j\alpha} = q_{i\beta}, \quad (2.14)$$

$$Y_{i\beta}^{j\alpha} (\theta_\beta p_i - \theta_\alpha p_i - \varsigma_{i\beta}^{j\alpha}) = 0, \quad \theta_\beta p_i \leq \theta_\alpha p_i + \varsigma_{i\beta}^{j\alpha}, \quad (2.15)$$

$$\mathbf{X}^0 \in \arg \max \left[F_0(\mathbf{X}^0) - \sum_j q_j X_j^0 \mid \mathbf{X}^0 \geq 0 \right], \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{X}^{j\alpha}, \mathbf{I}^{j\alpha}) \in \arg \max & \left[q_{j\alpha} F_{j\alpha}(\mathbf{X}^{j\alpha}, \mathbf{I}^{j\alpha}) - \sum_k \xi_k^{j\alpha} X_k^{j\alpha} - \right. \\ & \left. - \sum_m (s_m + \theta_\alpha \mu_m) I_m^{j\alpha} \mid (\mathbf{X}^{j\alpha}, \mathbf{I}^{j\alpha}) \geq 0 \right], \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} (X_{j\alpha}^0, \mathbf{Z}_{j\alpha}) \in \arg \min & \left[(q_{j\alpha} - q_j) X_{j\alpha}^0 + \sum_{i,\beta} \varsigma_{j\alpha}^{i\beta} Z_{j\alpha}^{i\beta} + \right. \\ & \left. + q_{j\alpha} \phi_{j\alpha}(X_{j\alpha}^0, \mathbf{Z}_{j\alpha}) \mid X_{j\alpha}^0 \geq 0, \mathbf{Z}_{j\alpha} \geq 0 \right], \end{aligned} \quad (2.18)$$

где $\mathbf{Z}_{j\alpha} = (\dots, Z_{j\alpha}^{i\beta}, \dots)$ – вектор поставок j -го продукта из ФПГ α по рыночному каналу.

Следуя обычной экономической интерпретации двойственных переменных, будем считать переменную q_j ценой на рынке j -го конечного продукта, $q_{j\alpha}$ – ценой предложения на рынке j -го продукта производителями, входящими

в ФПГ α , $\xi_k^{j\alpha}$ – ценой спроса на рынке k -го продукта производителей j -го продукта, входящих в ФПГ α , $(-\zeta_{j\alpha}^{i\beta})$ – торговой наценкой на единицу j -го продукта, поставляемого из ФПГ α для производства i -го продукта в ФПГ β . Двойственную переменную θ_α будем интерпретировать как оценку (котировку) в ФПГ α сальдо платежей. Недоплачивая за поставленный продукт, потребитель выдает контрагенту вексель. Таким образом, описывая неплатежи, мы вводим описание обращения двух видов денег: "живых" денег, которыми расплачиваются за поставки по рыночному каналу, и векселей (может быть, неоформленных), которыми расплачиваются за поставки по традиционному каналу реализации продуктов. Если сложить все неравенства (2.6), получим неравенство

$$\sum_{j,\alpha} p_j G_{j\alpha} \geq \sum_{j,\alpha,m} \mu_m l_m^{j\alpha},$$

которое допускает естественную интерпретацию. Векселя выпускает государство, оно расплачивается ими с производителями продуктов, которые государственная администрация получает по традиционным связям. Производители получают часть выручки за реализованную продукцию деньгами, а часть – векселями, расплачиваются за сырье и за первичные ресурсы также частью деньгами, а частью – векселями. В конечном счете, учитывают векселя поставщики первичных ресурсов.

Двойственную переменную s_m естественно интерпретировать как денежную составляющую цены m -го первичного ресурса. Полная цена m -го первичного ресурса для производителя из ФПГ α равна $s_m + \theta_\alpha \mu_m$.

Соотношение (2.17) означает, что производитель j -го продукта в ФПГ α максимизирует прибыль при цене $q_{j\alpha}$ предложения, ценах спроса $\xi_i^{j\alpha}$ ($i = 1, \dots, N$) на продукцию других отраслей и ценах $s_m + \theta_\alpha \mu_m$ ($m = 1, \dots, M$) на первичные ресурсы.

Из соотношения (2.14) находим цены спроса $\xi_i^{j\alpha} = q_{i\beta} - \zeta_{i\beta}^{j\alpha}$ и с помощью (2.15) получаем неравенства

$$\xi_i^{j\alpha} \leq \min\{q_{i\beta} + (\theta_\alpha - \theta_\beta)p_i \mid \beta = 1, \dots, A\} \leq q_{i\alpha},$$

из которых следует, что цены предложения продукции в каждой ФПГ не меньше, чем цены спроса. В [3] показано, что если цены спроса меньше цен предложения, могут возникать избыточные производственные контуры и распределение ресурсов между производителями будет неэффективным.

Разница цен спроса и предложения продукции позволяет торговым посредникам получать прибыль. В соответствии с соотношением (2.18) торговые посредники устанавливают объемы реализации продуктов по рыночному каналу, максимизируя свою прибыль.

В [2] показано, что соотношение (2.16) выражает условие равновесия на рынке конечных продуктов. Соотношения (2.1), (2.9) являются условиями равновесности $q_{j\alpha}$ – цен предложения j -го продукта из ФПГ α . Соотношения (2.5), (2.10) можно интерпретировать как условия равновесия на рынках первичных ресурсов. Соотношения (2.6), (2.12) являются условиями равновесности котировки θ_α сальдо платежей в ФПГ α .

Единица i -го продукта, поставляемого производителями ФПГ β по традиционному каналу реализации производителям ФПГ α , оценивается величиной $(q_{i\beta} - \theta_\beta p_i) + \theta_\alpha p_i$, в которой первое слагаемое выражает количество "живых" денег, получаемое поставщиком за единицу продукта при реализации его по традиционным связям.

Соотношения (2.13) означают, что цена предложения продукта не может быть меньше, чем его оценка при поставках государственной администрации по традиционному каналу реализации, и равна этой оценке $\theta_\alpha p_i$, если эти поставки осуществляются.

Соотношения (2.15) означают, что торговая наценка $(-\zeta_{i\beta}^{j\alpha})$ не больше разности оценок единицы i -го продукта, поставляемого по традиционному каналу реализации из ФПГ β в ФПГ α , причем поставки i -го продукта по традиционному каналу реализации могут осуществляться только при условии, что торговая наценка равна этой разности.

Равновесные оценки $q_j, q_{j\alpha}, \xi_k^{j\alpha}, \zeta_{i\beta}^{j\alpha}, \theta_\alpha, s_m$ можно найти как решение задачи оптимизации, двойственной к задаче о максимуме функции полезности $F_0(\mathbf{X}^0)$ при ограничениях (2.1) – (2.8). Для этого надо рассмотреть индекс потребительских цен $q_0(\mathbf{q})$, соответствующий функции полезности $F_0(\mathbf{X}^0)$, который выражается (см. [1]) по формуле

$$q_0(\mathbf{q}) = \inf \left\{ \frac{\mathbf{q} \mathbf{X}^0}{F_0(\mathbf{X}^0)} \mid \mathbf{X}^0 \geq 0, F_0(\mathbf{X}^0) > 0 \right\}, \quad (2.19)$$

где $\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_N)$, а также функцию прибыли производителя j -го продукта в ФПГ α

$$\begin{aligned} \Pi_{j\alpha}(\mathbf{q}, \mathbf{t}, \mathbf{s}) = \max & \left[q F_{j\alpha}(\mathbf{X}^{j\alpha}, \mathbf{I}^{j\alpha}) - \right. \\ (2.20) & \left. - \sum_k t_k X_k^{j\alpha} - \sum_m s_m I_m^{j\alpha} \mid (\mathbf{X}^{j\alpha}, \mathbf{I}^{j\alpha}) \geq 0 \right], \end{aligned}$$

$\mathbf{s} = (s_1, \dots, s_M)$, $\mathbf{t} = (t_1, \dots, t_N)$, и функцию прибыли торгового посредника, реализующего по рыночному каналу j -й продукт, произведенный в ФПГ α ,

$$\begin{aligned} \pi_{j\alpha}(q_j - q_{j\alpha}, \mathbf{v}_{j\alpha}, q_{j\alpha}) = \max & \left[(q_j - q_{j\alpha}) X_{j\alpha}^0 + \right. \\ (2.21) & \left. + \sum_{i,\beta} v_{j\alpha}^{i\beta} Z_{j\alpha}^{i\beta} - q_{j\alpha} \phi_{j\alpha}(X_{j\alpha}^0, \mathbf{z}_{j\alpha}) \mid X_{j\alpha}^0 \geq 0, \mathbf{z}_{j\alpha} \geq 0 \right], \end{aligned}$$

где $\mathbf{v}_{j\alpha} = (\dots, v_{j\alpha}^{i\beta}, \dots)$. По теореме В. Фенхеля равновесные оценки $q_j, q_{j\alpha}, \xi_k^{j\alpha}, \zeta_{i\beta}^{j\alpha}, \theta_\alpha, s_m$ можно найти из решения двойственной задачи о минимуме выпуклой функции

$$\mathbf{s}l + \sum_{j,\alpha} \left(\Pi_{j\alpha}(q_{j\alpha}, \xi_1^{j\alpha}, \dots, \xi_N^{j\alpha}, s_1 + \theta_\alpha \mu_1, \dots, s_M + \theta_\alpha \mu_M) + \pi_{j\alpha}(q_j - q_{j\alpha}, \dots, \zeta_{j\alpha}^{i\beta}, \dots, q_{j\alpha}) \right)$$

при ограничениях

$$q_0(\mathbf{q}) \geq 1, \quad q_{j\alpha} \geq \theta_\alpha p_j \quad (j=1, \dots, N; \alpha=1, \dots, A), \quad (2.22)$$

$$\zeta_{i\beta}^{j\alpha} + \xi_i^{j\alpha} = q_{i\beta} \quad (i, j=1, \dots, N; \alpha, \beta=1, \dots, A), \quad (2.23)$$

$$\theta_\beta p_i \leq \theta_\alpha p_i + \zeta_{i\beta}^{j\alpha} \quad (i, j=1, \dots, N; \alpha, \beta=1, \dots, A), \quad (2.24)$$

$$q_{j\alpha} \geq 0, \theta_\alpha \geq 0, s_m \geq 0 \quad (j=1, \dots, N; m=1, \dots, M; \alpha=1, \dots, A). \quad (2.25)$$

Из формулы (2.21) видно, что при увеличении торговых издержек функции прибыли торговых посредников уменьшаются. Следовательно, увеличение торговых издержек уменьшает функционал в двойственной задаче оптимизации, поэтому оптимальное значение функционала двойственной задачи, а значит, и исходной задачи уменьшается с увеличением торговых издержек.

Чтобы прояснить влияние торгово-посреднических структур на обращение продуктов, рассмотрим частный случай, когда затраты, связанные с услугами торговых посредников, отсутствуют, т.е. функции $\phi_{j\alpha}(X_{j\alpha}^0, \dots, Z_{j\alpha}^{i\beta}, \dots)$ тождественно равны нулю. Тогда функция прибыли торгового посредника вырождается в индикаторную функцию множества $\{q_j \leq q_{j\alpha}, \zeta_{i\beta}^{j\alpha} \geq 0\}$. В этом случае из (2.24) следует, что устанавливается единая котировка сальдо платежей $\theta_\alpha = \theta$ ($\alpha=1, \dots, A$). Экстремальная задача для определения равновесных оценок $q_j, q_{j\alpha}, \xi_k^{j\alpha}, \theta, s_m$ становится задачей о минимуме выпуклой функции

$$\mathbf{s}l + \sum_{j,\alpha} \Pi_{j\alpha}(q_{j\alpha}, \xi_1^{j\alpha}, \dots, \xi_N^{j\alpha}, s_1 + \theta \mu_1, \dots, s_M + \theta \mu_M) \quad (2.26)$$

при ограничениях

$$q_0(\mathbf{q}) \geq 1, q_{j\alpha} \geq q_j, q_{j\alpha} \geq \theta p_j \quad (j=1, \dots, N; \alpha=1, \dots, A), \quad (2.27)$$

$$\xi_i^{j\alpha} \leq q_{i\beta} \quad (i, j=1, \dots, N; \alpha, \beta=1, \dots, A), \quad (2.28)$$

$$q_{j\alpha} \geq 0, \theta \geq 0, s_m \geq 0 \quad (j=1, \dots, N; m=1, \dots, M; \alpha=1, \dots, A). \quad (2.29)$$

Поскольку функция прибыли (2.26) монотонно не убывает по переменным $q_{j\alpha}$ и монотонно не возрастает по переменным $\xi_k^{j\alpha}$, θ , на решении задачи минимизации (2.26) при ограничениях (2.27) – (2.29) справедливы соотношения $q_{j\alpha} = \xi_j^{i\beta} = \max(q_j, \theta p_j)$ ($i, j=1, \dots, N; \alpha, \beta=1, \dots, A$).

Таким образом, в этом случае на рынке каждого продукта устанавливаются единые цены, т. е. цены спроса и предложения равны и одинаковы во всех ФПГ. Торговые посредники получают нулевую прибыль. Если $q_j > \theta p_j$, то j -й продукт не поставляется государственной администрации, а поставляется населению по рыночному каналу реализации. Если $q_j < \theta p_j$, то j -й продукт не поставляется населению, но поставляется всем потребителям по традиционному каналу реализации. Если $q_j = \theta p_j$, то j -й продукт, вообще говоря, поставляется всем потребителям и по рыночному, и по традиционному каналам и каждый потребитель расплачивается своими деньгами. Задача минимизации (2.26) – (2.29) эквивалентна задаче о минимуме выпуклой функции

$$\mathbf{s} \mathbf{l} + \sum_{j,\alpha} \Pi_{j\alpha}(q_j, q_1, \dots, q_N, s_1 + \theta \mu_1, \dots, s_M + \theta \mu_M) \quad (2.30)$$

при ограничениях

$$q_0(\mathbf{q}) \geq 1, \quad q_j \geq \theta p_j, \quad (j=1, \dots, N) \quad (2.31)$$

$$\theta \geq 0, \quad s_m \geq 0 \quad (m=1, \dots, M). \quad (2.32)$$

Заметим, что задача минимизации (2.30) – (2.32) является двойственной к задаче о максимуме вогнутой функции $F_0(\mathbf{X}^0)$ при ограничениях

$$\sum_{\alpha} F_{j\alpha}(\mathbf{X}^{j\alpha}, \mathbf{l}^{j\alpha}) \geq X_j^0 + \sum_{i,\beta} X_j^{i\beta} + \sum_{\alpha} G_{j\alpha}, \quad (j=1, \dots, N) \quad (2.33)$$

$$\sum_{j,\alpha} I_m^{j\alpha} \leq I_m, \quad (m=1, \dots, M) \quad (2.34)$$

$$\sum_{j,\alpha} p_j G_{j\alpha} \geq \sum_{j,\alpha,m} \mu_m I_m^{j\alpha}, \quad (2.35)$$

$$G_{j\alpha} \geq 0, I_m^{j\alpha} \geq 0, X_j^0 \geq 0, X_j^{i\beta} \geq 0. \quad (2.36)$$

Балансы (2.33) – (2.35) можно агрегировать по ФПГ и преобразовать в неоклассическую модель межотраслевого баланса. Для этого надо рассмотреть задачу о максимуме суммарного выпуска j -го продукта $\sum_{\alpha} F_{j\alpha}(\mathbf{X}^{j\alpha}, I^{j\alpha})$ при ограничениях на суммарное потребление j -й отраслью сырья $\mathbf{X}^j = (\bar{X}_1^j, \dots, \bar{X}_N^j)$ и первичных ресурсов $\tilde{\Gamma}^j = (\tilde{\Gamma}_1^j, \dots, \tilde{\Gamma}_M^j)$:

$$\sum_{\alpha} \mathbf{X}^{j\alpha} \leq \mathbf{X}^j, \sum_{\alpha} I^{j\alpha} \leq \tilde{\Gamma}^j,$$

и условиях неотрицательности $\mathbf{X}^{j\alpha}$ и $I^{j\alpha}$. Решение этой задачи определяет производственную функцию j -й отрасли $\tilde{F}_j(\mathbf{X}^j, \tilde{\Gamma}^j)$, которая обладает всеми свойствами неоклассической производственной функции. Затем надо ввести переменную $\tilde{G}_j = \sum_{\alpha} G_{j\alpha}$, которая выражает суммарное государственное потребление j -го продукта. Тогда задача о максимуме вогнутой функции $F_0(\mathbf{X}^0)$ при ограничениях (2.33) – (2.36) действительно превращается в задачу о максимуме вогнутой функции $F_0(\mathbf{X}^0)$ при ограничениях неоклассического межотраслевого баланса

$$\tilde{F}_j(\mathbf{X}^j, \tilde{\Gamma}^j) \geq X_j^0 + \sum_i \bar{X}_j^i + \tilde{G}_j \quad (j=1, \dots, N), \quad (2.37)$$

ограничении по первичным ресурсам

$$\sum_j \tilde{\Gamma}^j \leq \mathbf{I}, \quad (2.38)$$

ограничении

$$\sum_j p_j \tilde{G}_j \geq \sum_m \mu_m \tilde{\Gamma}_m^j, \quad (2.39)$$

которое выражает связь расходов государственной администрации с оплатой затрат первичных ресурсов отраслями, и условиях неотрицательности

$$\mathbf{X}^0 \geq 0, \mathbf{X}^j \geq 0, \tilde{\Gamma}^j \geq 0, \tilde{G}_j \geq 0 \quad (j=1, \dots, N). \quad (2.40)$$

Итак, если затраты, связанные с услугами торговых посредников, отсутствуют, на рынке каждого продукта устанавливаются единые цены. Цены спроса

и предложения равны и одинаковы во всех ФПГ. В этом случае задача о равновесных ценах (2.30) – (2.32) сводится к задаче об агрегировании в производственную функцию неоклассического межотраслевого баланса (2.37) – (2.40) с помощью вогнутой функции приведения – функции полезности $F_0(\mathbf{X}^0)$. Подобная задача рассмотрена в [2], и показано, что процедура агрегирования отражает действие механизмов межотраслевого распределения продуктов и первичных ресурсов совершенно конкурентными рынками, на которых обращаются единые деньги. Два вида денег не могут сосуществовать, если не учитывать затрат, связанных с услугами торговых посредников.

В стандартных условиях неоклассического межотраслевого баланса нет условия (2.39), но из потребителей конечных продуктов не выделяется государственная администрация. Условие (2.39) можно интерпретировать так, что действует механизм распределения первичных ресурсов, который обеспечивает оплату государственного заказа \tilde{G}_j ($j=1, \dots, N$) за счет рентных платежей за используемые отраслями первичные ресурсы \tilde{T}^j . Заметим, что если положить ренты μ_m ($m=1, \dots, M$) за первичные ресурсы равными нулю, то на решении задачи о максимуме $F_0(\mathbf{X}^0)$ при ограничениях (2.37) – (2.40) $\tilde{G}_j = 0$ ($j=1, \dots, N$) вследствие монотонного возрастания функции $F_0(\mathbf{X}^0)$ по всем аргументам. Таким образом, решение задачи об агрегировании неоклассического межотраслевого баланса (2.37) – (2.40) совпадает с решением задачи, рассмотренной в [2].

Условие (2.39) отражает исходное описание двух разнородных потребителей конечных продуктов: государственной администрации и населения, – каждый из которых расплачивается своими деньгами (скажем, администрация – безналичными рублями, а население – наличными рублями). Величина θ устанавливает "цену" безналичного рубля в наличных рублях, которая не позволяет извлекать спекулятивной прибыли на границах разных каналов обращения, и, следовательно, делает их неразличимыми.

Рассмотрим еще один частный случай, исключив из условий исходной задачи (2.1) – (2.8) неравенство (2.6), которое выражает баланс неплатежей производителей внутри ФПГ. Для этого формально будем считать, что $p_i = 0$ ($i=1, \dots, N$), $\mu_m = 0$ ($m=1, \dots, M$). Тогда из (2.15) следует, что $\zeta_{i\beta}^{j\alpha} \geq 0$, вследствие чего из (2.18) имеем $Z_{i\beta}^{j\alpha} = 0$. Далее из (2.4) находим, что $X_{i\beta}^{j\alpha} = Y_{i\beta}^{j\alpha}$. Это означает, что производители получают сырье только по традиционным связям. При естественных с экономической точки зрения предположениях из (2.13) и (2.18) легко вывести, что $G_{j\alpha} = 0$. Производителям невыгодно поставлять государственной администрации продукты по традиционным связям. Таким образом, все конечные продукты реализуются по рыночному каналу.

В рассматриваемом случае двойственная задача оптимизации упрощается и принимает следующий вид:

найти минимум функции

$$s\mathbf{l} + \sum_{j,\alpha} \left(\Pi_{j\alpha}(q_{j\alpha}, \xi_1^{j\alpha}, \dots, \xi_N^{j\alpha}, s_1, \dots, s_M) + \pi_{j\alpha}(q_j - q_{j\alpha}, \dots, q_{j\alpha} - \xi_j^{i\beta}, \dots, q_{j\alpha}) \right)$$

при ограничениях

$$q_0(\mathbf{q}) \geq 1, q_{j\alpha} \geq 0, s_m \geq 0 \quad (j=1, \dots, N; m=1, \dots, M; \alpha=1, \dots, A), \quad (2.41)$$

$$0 \leq \xi_i^{j\alpha} \leq q_{i\beta} \quad (i, j=1, \dots, N; \alpha, \beta=1, \dots, A). \quad (2.42)$$

Из монотонной зависимости функционала задачи от переменных $\xi_i^{j\alpha}$ следует, что $\xi_i^{j\alpha} = \min_{\beta} q_{i\beta}$ ($i, j=1, \dots, N; \alpha=1, \dots, A$). Таким образом, теперь цена сырья не зависит от того, кто и кому его поставляет, т.е. складывается единый рынок сырья.

Сформулированная выше задача двойственна к задаче о максимуме функции $F_0(\mathbf{X}^0)$ при ограничениях

$$F_{j\alpha}(\mathbf{X}^{j\alpha}, \mathbf{I}^{j\alpha}) \geq \sum_{i,\beta} X_{j\alpha}^{i\beta} + X_{j\alpha}^0 + \Omega_{j\alpha}, \quad (2.43)$$

$$X_k^{j\alpha} = \sum_{\beta} X_{k\beta}^{j\alpha}, \quad (2.44)$$

$$X_j^0 = \sum_{\alpha} X_{j\alpha}^0, \quad (2.45)$$

$$\sum_{j,\alpha} I_m^{j\alpha} \leq I_m, \quad (2.46)$$

$$\Omega_{j\alpha} = \phi_{j\alpha}(X_{j\alpha}^0, \dots, 0, \dots), \quad (2.47)$$

$$I_m^{j\alpha} \geq 0, X_{j\alpha}^0 \geq 0, X_{j\alpha}^{i\beta} \geq 0. \quad (2.48)$$

Это – задача о производстве продуктов отраслями, разделенными между ФПГ, и распределении произведенных продуктов между отраслями и конечными потребителями. Однако теперь пропал выделенный конечный потребитель – государственная администрация, который получал продукт по традиционным связям. Все конечные потребители равноправны на едином рынке конечных продуктов.

Рынки конечных продуктов и рынки продуктов производственного потребления распались. Цены на рынках одноименного продукта производственного потребления и конечного продукта разные. На рынке продукта конечного потребления цена спроса q_j больше цены предложения $q_{j\alpha}$. Действительно, из свойств функционала двойственной задачи следует, что если данный продукт поступает на рынок конечного продукта, цена $q_j > q_{j\alpha}$. Несовпадение цен понятно: с каждой ФПГ связан торговый посредник, услуги которого при реализа-

ции продукта на рынок конечного продукта связаны с дополнительными затратами. Разность цен покрывает издержки, связанные с услугами торговых посредников, и обеспечивает прибыль торговых посредников. Можно сказать, что ФПГ превратились в синдикаты производителей по сбыту продукции конечным потребителям. Друг другу производители поставляют продукцию по традиционным связям, минуя торгово-посреднические структуры, и на сырьевых рынках устанавливаются единые цены.

Глава 3. Модель деятельности банка в застойной экономике

3.1. Введение

В Советском Союзе действовали административные механизмы фондирования и распределения произведенных продуктов. Товарно-денежные отношения имели некоторое значение только в сфере распределения товаров народного потребления. Поэтому в советской экономике сохранились всего лишь рудименты банковской системы. Госбанк СССР обслуживал денежные расчеты клиентов, кредитовал плановые оборотные фонды предприятий и держал сбережения населения. Стройбанк держал счета капитального строительства, обслуживая деньгами плановые капитальные вложения.

Последние годы в России можно было наблюдать, как возникла и спонтанно развивалась новая банковская система. Начальный капитал российских коммерческих банков образовался из активов структурных подразделений Госбанка СССР, получивших самостоятельность, из активов государственных промышленных и торговых предприятий и из средств, накопленных в теневой экономике. В считанные месяцы множество таких банков срослись в систему и взяли на себя обеспечение внутреннего денежного обращения и внешнего оборота страны. Когда в 1995 г. Центральный банк России прекратил льготное кредитование производства, коммерческие банки сразу же приняли на себя и кредитные операции. В настоящее время, несмотря на определенные признаки кризиса, банковская система является наиболее активным сектором экономики и занимает в ней доминирующее положение. Не удивительно, что состояние и деятельность банковской системы вызывает особый интерес. Однако обсуждения рейтингов, схем операций, доходов, устойчивости банков обходят главный вопрос: какова реальная функция банков в современной экономике России? Ответ на него вовсе не очевиден.

Современная экономическая теория (см. [4, 5]) приписывает банкам три главные функции: трансформация сбережений в инвестиции, диверсификация рисков и снижение транзакционных издержек. Обычно в первую очередь обращают внимание на инвестиционную деятельность. Казалось бы, это резонно и в отношении российских банков, поскольку кредиты, выданные промышленным и торговым предприятиям, составляют более половины их активов. Однако доход от инвестиций можно получать только при экономическом росте или хотя бы в условиях инфляции, которая для финансовой системы такой же источник доходов, как и рост (см. [6]).

После реформы в России реальный экономический рост не наблюдался, а с 1996 г. значительно уменьшился темп инфляции. Остались два источника дохода банков: диверсификация рисков и обслуживание оборота. Возникает теоретический вопрос, как трактовать банковские кредиты. Если нет ни роста, ни инфляции, ясно, что банковская система в целом систематически может получать не доход от сложного процента на капитальные вложения, а всего лишь долю более или менее постоянной средней прибыли клиентов. Единственное, но важное исключение – организованная государством "пирамида" ГКО. До лета 1998 г. она приносила высокую доходность при расширении вложений и по этой причине отвлекала все имеющиеся свободные капиталы.

Обратимся к оставшимся потенциальным источникам доходов банков: плате за операционное обслуживание и плате за риск. Западные исследователи обычно пренебрегают транзакционными издержками, потому что в развитой системе денежных расчетов они относительно малы. Однако в России после того как были ликвидированы значительные задержки обращения, характерные для начального периода реформы, транзакционные издержки не снижались. Во-первых, с теоретической точки зрения к транзакционным издержкам относится оплата банковских услуг клиентам, отмывающим нелегальные доходы или уводящим легальные доходы от налогообложения. Во-вторых, в условиях жесткой монетарной политики банки монопольно владеют остродефицитным ресурсом – деньгами и могут извлекать монопольную ренту. Доходы банков от обслуживания денежного оборота здесь не рассматриваются, но монопольная рента будет подробно исследована в следующих разделах этой главы.

Существенно то, что в российской экономике многие банки берут на себя риски коммерческой деятельности клиентов, так что доходы банков можно считать платой за страховку. Наблюдения за деятельностью провинциальных банков указывают, что, с одной стороны, основную часть своих ресурсов они используют для кредитования промышленности и торговли (а не вкладывают в ГКО, как часто пишут в прессе), с другой стороны, достаточно легко относятся к просрочке платежей по этим кредитам (см. [7, 8, 9]). Такое поведение характерно не для инвестора, уверенного в отдаче и желающего как можно быстрее вернуть капитал, а для страхователя, который получает прибыль в среднем, но в каждом конкретном случае рискует. Поэтому мы будем рассматривать кредиты предприятиям как своего рода страховые выплаты банков для финансирования рискованных проектов реализации производителями продукции на депрессивном внутреннем рынке.

Монопольное положение банков на рынке денег, а также высокая рискованность кредитуемых проектов связывает банки с клиентами - предприятиями особыми отношениями. Чтобы быть уверенным в успехе страхования рискованного проекта, кредитор должен доверять заемщику и быть хорошо информированным о состоянии его дел. Эти условия оформляются институционально, особенно в провинции, в виде устойчивых групп, состоящих из банка, промышленных предприятий и торговых фирм, занимающихся снабжением предприятий и сбытом их продукции. Администрации банка, предприятий и фирм часто тесно переплетены между собой (см. [10]). Условия кредитования в таких группах индивидуальны, и свободного рынка кредитов для предприятий нет.

Не крупные корпорации, а именно эти неформальные спонтанные объединения, в которых обычно доминирует банк, мы далее называем финансово-промышленными группами. Построив математическую модель, мы изучаем устойчивость такой группы. Предложенная модель интеграции дополняет известные модели (см. [8-15]). В частности, она показывает, что интеграция выгодна даже при отсутствии капитальных вложений.

Надо принимать во внимание еще одно существенное обстоятельство. Кредитуя рискованные проекты, банки сталкиваются с проблемой ликвидности. По-видимому, они решают ее с помощью операций на двух достаточно ликвидных рынках – государственных краткосрочных обязательств (ГКО) и межбанковских кредитов (МБК), – но эмпирически наблюдается парадоксальная ситуация. Относительно небольшие, но существенные активы провинциальных банков в виде ГКО меньше, чем их нетто-заимствования на рынке МБК, процент по которым выше доходности ГКО (см. [16]). Мы предполагаем, что банки поддерживают ликвидность операциями на рынках ГКО и межбанковских кредитов, и выводим парадоксальное поведение банков из принципа рациональных ожиданий.

Все сказанное относится в основном к провинциальным коммерческим банкам. Московские банки и Сбербанк РФ исполняют иные функции. Они делают большие вложения в ГКО и продают деньги на рынке МБК.

3.2. Модель банка

Банки создаются главным образом для того, чтобы привлекать свободные деньги одних субъектов экономики и использовать их для кредитования других субъектов экономики, зарабатывая на этом собственные деньги и снова пуская их в оборот. Чтобы описать эту функцию банковской системы, надо смоделировать взаимодействия банков с клиентами. Однако прежде надо разобраться в понятиях "банк" и "клиент", которые будут использоваться в модели.

Говоря о "банке" или "клиенте", мы в действительности имеем в виду некоторую макроструктуру, которой приписана определенная функция в экономике. В моделях такие макроструктуры описываются зависимостями использования и распределения материальных и финансовых ресурсов экономики от доступной информации о ее состоянии. Как правило, корректные, четко интерпретируемые зависимости такого рода получаются в тех случаях, когда удается на основании исходных микроописаний деятельности субъектов экономики и гипотез относительно их отношений сформулировать вариационный принцип, выражающий рациональные ожидания субъектов. В таких случаях зависимости выводятся из решения соответствующей задачи оптимизации. Это дает основание приписать макроструктуре некоторую функцию регулирования, говорить о ее "поведении" и называть ее экономическим агентом.

Исходное микроописание удастся построить далеко не во всех случаях, и этот прием используют эвристически, приписывая "поведение" некоторой неформально определенной макроструктуре. В таком случае говорят о "типовом поведении субъектов в массе", или о "поведении типичного субъекта" – рассуждение широко распространенное в политической экономии.

Мы будем описывать "банк" зависимостями вложений денег в разного вида активы от текущих запасов активов, поступлений и расходов денег и конъюнктуры денежных рынков. Будем выводить зависимости из принципа оптимальности поведения экономического агента, как если бы это было отдельное юридическое лицо. Однако ясно, что каждый банк работает в специфических условиях и действия его администрации едва ли удовлетворяют какому-либо принципу оптимальности. Расчет здесь на то, что банки находятся между собой в сложных отношениях специализации, конкуренции и подражания. Специализируясь на отдельных видах операций, банки только все вместе образуют простую однородную систему, описываемую простой моделью. В силу конкуренции выгода, упущенная одним банком, перехватывается другим, и все вместе они извлекают больший доход, чем при простом наложении поведения. Подражание приводит к возникновению единой оценки перспектив. В результате из неоптимально действующих элементов может сложиться оптимально действующая система.

Клиентами банка являются экономические агенты "производитель" и "торговый посредник". Это – макроструктуры, которые описываются зависимостями количества произведенного продукта или услуг от затрат производственных факторов. Корректные, четко интерпретируемые зависимости получаются из исходных микроописаний и гипотез относительно отношений субъектов экономики. В гл. 1 мы отметили, что на втором этапе переходного периода после завершения первоначальной приватизации администрации предприятий стали относиться к трудовым коллективам, как к наемным работникам. Мы отождествляем "производителя" и "торгового посредника" с администрацией предприятий и описываем их поведение как поведение администрации предприятий в массе. Считаем, что в массе администрация предприятий приспособилась к новым экономическим отношениям и в целом ведет себя рационально. Тогда из того, что написано в гл. 1, следует, что поведение клиентов банка естественно будет описывать решением задачи о максимизации прибыли на технологическом множестве.

3.2.1. Текущие операции

Банк привлекает денежные средства в виде расчетных и депозитных счетов и использует их вместе с собственными средствами для выдачи ссуд клиентам. Чистый доход, полученный от этих операций, банк расходует для финансирования вторичных операций: приобретения материальных активов, выплат работникам и акционерам и т.п. Вторичные операции банка здесь не рассматриваются.

Заключение соглашения с клиентом не определяет полностью порядок поступления и расходования денежных средств во времени. Например, приняв деньги на расчетный счет, банк обязуется выдать их по первому требованию клиента. Теперешние российские условия деятельности банка еще более неопределенны, потому что даже юридически оформленная выдача кредита не гарантирует своевременного возврата кредита с процентами. Поэтому банк должен заботиться о поддержании собственной ликвидности и стабильности. Ликвидность поддерживается его текущими краткосрочными операциями, цель которых – обеспечить необходимый запас денег в кассе. Стабильность под-

держивается среднесрочными операциями, цель которых – сформировать рациональный кредитный портфель.

При описании деятельности банка мы используем известную идею разделения процессов с разными характерными временами. Текущие операции, обеспечивающие ликвидность банка, мы будем считать "быстрыми", а выбор кредитного портфеля, т. е. решения о том, кому, сколько и под какой процент выдавать денег, – "медленными". Это означает, что мы описываем текущие операции и оцениваем их эффективность, предполагая заданным кредитный портфель банка. Регулируя условия кредита, банк может влиять на поток поступлений и платежей деньгами только в среднесрочном плане, в краткосрочном плане этот поток для банка остается неопределенным.

Мы предполагаем, что сальдо поступлений и платежей X_t по операциям с расчетными счетами, депозитами и ссудами клиентов в момент времени t можно считать случайной величиной, вид функции распределения которой зависит от кредитного портфеля банка. Модель текущих операций строится в дискретном времени, и случайные величины X_t при разных t для простоты считаются независимыми, одинаково распределенными с кумулятивной функцией распределения F и конечным математическим ожиданием $\left| \int_{-\infty}^{+\infty} X dF(X) \right| < \infty$.

Банк определяет величину чистого дохода Ψ , исходя из функции распределения случайной величины X . При реализации величины сальдо X у банка образуется либо недостаток, либо избыток денег. В первом случае банк занимает недостающие средства на рынке краткосрочных МБК¹, а во втором вкладывает избыточные ресурсы в ГКО. Допускается, что в крайнем случае банк может терпеть убытки ($\Psi < 0$), например, покрывая их за счет реализации своих материальных активов.

Обозначим через M_t сумму наличных денег в кассе банка, K_t – его заимствования на рынке МБК и S_t – вложения в ГКО в момент времени t , а через R_k, R_s – брутто-проценты (т. е. единица плюс процентные платежи в единицу времени) по МБК и ГКО. В этих обозначениях имеем следующее уравнение изменения остатка денег в кассе банка:

$$M_{t+1} = M_t - R_k K_t + R_s S_t + K_{t+1} - S_{t+1} + X_t - \Psi_{t+1}. \quad (\lambda. \kappa)$$

Банк заинтересован в увеличении потока чистого дохода Ψ_{t+1} . Доходы, полученные в разные моменты времени соизмеряются внутренним коэффициентом дисконтирования $\rho > 1$ (pure time preference), так что результат своей деятельности банк оценивает величиной приведенного дохода

¹ Вообще говоря, по мере развития финансовой системы банки смогут брать кредиты, в том числе ломбардные, в Центральном Банке.

$$NPV = \sum_{\tau=t}^{\infty} \rho^{t-\tau} \Psi_{\tau+1}. \text{ (Ошибка! Источник ссылки не найден ..)}$$

Чтобы пояснить особенности задачи, проведем следующие рассуждения. Предположим что на интервале времени $[t, T]$ реализовалась последовательность величин, связанных уравнением (λ.х). Рассмотрим частичную сумму ряда NPV и выразим в ней $\Psi_{\tau+1}$ с помощью уравнения (λ.х). После очевидных преобразований найдем, что

$$\begin{aligned} \sum_{\tau=t}^T \rho^{t-\tau} \Psi_{\tau+1} &= \{M_t - R_k K_t + R_s S_t\} + \sum_{\tau=t}^T \rho^{t-\tau} X_{\tau} - \\ &- (\rho - 1) \sum_{\tau=t+1}^{T-1} \rho^{t-\tau} M_{\tau} + (\rho - R_k) \sum_{\tau=t+1}^{T-1} \rho^{t-\tau} K_{\tau} + \\ &+ (R_s - \rho) \sum_{\tau=t+1}^{T-1} \rho^{t-\tau} S_{\tau} + \frac{1}{\rho^{T-t}} K_{T+1} - \frac{1}{\rho^{T-t}} (M_{T+1} + S_{T+1}). \end{aligned}$$

Первое слагаемое (фигурная скобка) показывает вклад в NPV начальных ликвидных активов банка. Второе слагаемое задает вклад в NPV от операций с клиентами. Третье слагаемое выражает упущенную выгоду от того, что деньги были заморожены в виде наличности.

Четвертое слагаемое описывает вклад в NPV от операций на рынке МБК. Он может быть положительным или отрицательным в зависимости от знака разности $\rho - R_k$ внутреннего коэффициента дисконтирования и рыночной ставки процента по МБК. Если $\rho - R_k > 0$, NPV возрастает при росте заимствований, и банк склонен "проедать" МБК, не взирая на угрозу погашать их за счет будущих убытков (отрицательных $\Psi_{\tau+1}$). Такой банк будет предъявлять неограниченный спрос на рынке МБК, что приведет либо к повышению R_k , либо к исключению данного банка с рынка в связи с его неплатежеспособностью.

Пятое слагаемое описывает вклад в NPV от операций на рынке ГКО. Если $R_s - \rho > 0$, NPV неограниченно растет при росте вложений в ГКО. Такой банк вполне удовлетворяется доходностью ГКО и не будет заинтересован в операциях с клиентами, приносящих ограниченный вклад в NPV.

Шестое слагаемое показывает, что банк может иметь положительный чистый доход и увеличить NPV, если не возвратит последний МБК, взятый на интервале времени $[t, T]$. При $T \rightarrow \infty$ такое поведение дает математическое описание финансовой "пирамиды" (pony game). На реальном рынке МБК финансовая "пирамида" исключается лимитами кредитования, поэтому в задаче управления ликвидностью надо требовать, чтобы $\rho^{-T} K_T \rightarrow 0$ при $T \rightarrow \infty$.

Последнее слагаемое возникло из-за того, что мы рассмотрели частичную сумму для выражения NPV. Оно несущественно, если рассматривать задачу управления ликвидностью на бесконечном интервале времени.

Проведенный анализ показывает, что, во-первых, задачу управления ликвидностью имеет смысл рассматривать, если только процент по МБК больше процента по ГКО, а внутренний коэффициент дисконтирования банка заключен между ними. При этих условиях получается оценка сверху для величины NPV:

$$\sum_{\tau=t}^{\infty} \rho^{t-\tau} \Psi_{\tau+1} \leq M_t - R_k K_t + R_s S_t + \text{const.} \quad (\text{Ошибка! Источник ссылки не найден ..})$$

Задача управления ликвидностью банка описывается как выбор управлений $M_{t+1} \geq 0, K_{t+1} \geq 0, S_{t+1} \geq 0, \Psi_{t+1}$, связанных ограничением (λ.х). Поскольку процесс изменения кассового остатка описан как случайный, следует считать, что банк управляет текущими операциями в зависимости от сложившегося состояния $Z_t = \{M_t, K_t, S_t\}$ и реализации случайной величины X_t . Поэтому стратегию банка будем описывать четверкой борелевских функций

$$\Omega = \{\tilde{M}(t, Z, X), \tilde{K}(t, Z, X), \tilde{S}(t, Z, X), \tilde{\Psi}(t, Z)\}, \quad (\lambda.т)$$

где $\tilde{M}(t, Z, X), \tilde{K}(t, Z, X), \tilde{S}(t, Z, X)$ неотрицательны и удовлетворяют условию

$$\tilde{M}(t, Z, X) \equiv M - R_k K + R_s S + \tilde{K}(t, Z, X) - \tilde{S}(t, Z, X) + X - \tilde{\Psi}(t, Z).$$

Для дальнейшего существенно то, что величина планируемого банком чистого дохода $\tilde{\Psi}(t, Z)$ считается не зависящей от текущей величины сальдо по операциям с клиентами X . Содержательно это означает, что банк обеспечивает относительно стабильный поток чистого дохода и не реагирует на флуктуации величины X_t .

Стратегия Ω и начальное состояние Z_0 определяют марковский процесс изменения состояния банка

$$Z_{t+1} = \{M_{t+1}, K_{t+1}, S_{t+1}\} = \{\tilde{M}(t, Z_t, X_t), \tilde{K}(t, Z_t, X_t), \tilde{S}(t, Z_t, X_t)\} = G_{\Omega}(t, Z_t, X_t) \quad (\lambda.п)$$

и последовательность случайных величин

$$\Psi_{t+1} = \tilde{\Psi}(t, Z_t). \quad (\lambda.л)$$

Эффективность управления ликвидностью оценивается будущими чистыми доходами банка, поэтому поставим задачу управления ликвидностью как выбор стратегии Ω , которая максимизирует ожидаемую величину дисконтированного чистого дохода (NPV)

$$J_{\Omega}(t, Z) = E \left\{ \sum_{\tau=t}^{\infty} \rho^{t-\tau} \Psi_{\tau} \mid Z_t = Z \right\}. \quad (\lambda.7)$$

В соответствии с проведенным анализом потребуем, чтобы допустимая стратегия удовлетворяла условию

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \rho^{-t} K_t = 0 \text{ с вероятностью } 1, \quad (\lambda.8)$$

а параметры удовлетворяли неравенствам

$$1 < R_s < \rho < R_k. \quad (\lambda.9)$$

Выше показано, что при этих условиях J_{Ω} ограничена сверху для всех Ω и тем самым задача ее максимизации математически корректна.

3.2.2. Решение задачи управления ликвидностью

Из выражения **Ошибка! Источник ссылки не найден.** и уравнения (λ.8) нетрудно вывести уравнение Колмогорова для функционала J_{Ω} :

$$J_{\Omega}(t, Z) = \Psi(t, Z) + \rho^{-1} E_X \{ J_{\Omega}(t+1, G_{\Omega}(t, Z, X)) \}. \quad (\lambda.10)$$

Допустимую стратегию $\hat{\Omega}$ будем называть оптимальной, если

$$\hat{J}(t, Z) = J_{\hat{\Omega}}(t, Z) \geq J_{\Omega}(t, Z) \quad (\lambda.11)$$

для всех t, Z и всех допустимых Ω . Очевидно, что условие (λ.11) не нарушается при изменении допустимой стратегии при одном значении t , поэтому из уравнения (3.8) следует, что если оптимальная стратегия существует, то функция \hat{J} удовлетворяет уравнению Беллмана:

$$\hat{J}(t, Z) = \sup_{\Omega(t, \cdot)} \left[\Psi(t, Z) + \rho^{-1} E_X \{ \hat{J}(t+1, G_{\Omega}(t, Z, X)) \} \right]. \quad (\text{Ошибка! Источник ссылки не найден. } \lambda.12)$$

Условия задачи позволяют использовать вместо оптимальной последовательности управлений $\{\hat{\Omega}(0, Z_0), \hat{\Omega}(1, Z_1), \dots\}$ любой ее "хвост" $\{\hat{\Omega}(\tau, Z_{\tau}), \hat{\Omega}(\tau+1, Z_{\tau+1}), \dots\}$ и наоборот, следовательно, оптимальное значение \hat{J} не должно зависеть явно от t , и в уравнении (λ.12) можно опустить аргумент t . Расшифровывая обозначения Z, Ω через компоненты M, K, S , переписываем уравнение Беллмана в виде

$$\hat{J}(M, K, S) = \sup_{\Psi} \left[\Psi + \rho^{-1} \mathbf{E}_X \left\{ \sup_{\substack{M' = M - R_k K + R_s S + K' - S' + X - \Psi; \\ M' \geq 0; K' \geq 0; S' \geq 0;}} \hat{J}(M', K', S') \right\} \right]. \quad (\lambda.12)$$

Если точные верхние грани в правой части этого уравнения достигаются при Ψ, M', K', S' , то они дают значения оптимальной стратегии в состоянии M, K, S . Выполнение требования независимости Ψ от X обеспечивается тем, что максимизация по Ψ выполняется после, а не до усреднения по X , как максимизация по M', K', S' .

Введем обозначение

$$\Phi = \Psi - M + R_k K - R_s S \quad (\lambda.13)$$

и приведем уравнение Беллмана (λ.12) к виду

$$\begin{aligned} \hat{J}(M, K, S) &= M - R_k K + R_s S + \\ (\lambda.14) &+ \sup_{\Phi} \left\{ \Phi + \rho^{-1} \mathbf{E}_X \left\{ \sup_{\substack{M' = K' - S' + X - \Phi; \\ M' \geq 0, K' \geq 0, S' \geq 0}} \hat{J}(M', K', S') \right\} \right\}. \end{aligned}$$

Точная верхняя грань в правой части (λ.14) не зависит от M, K, S , следовательно, функция Беллмана линейна:

$$\hat{J}(M, K, S) = M - R_k K + R_s S + D, \quad (\lambda.15)$$

где константа D обозначает величину максимума.

Подставим (λ.15) в (λ.14) и получим, что

$$D = \frac{D}{\rho} + \sup_{\Phi} \left\{ \Phi + \rho^{-1} \mathbf{E}_X \left\{ \sup_{\substack{K' \geq 0, S' \geq 0; \\ K' - S' + X - \Phi \geq 0;}} ((K' - S' + X - \Phi) - R_k K' + R_s S') \right\} \right\}.$$

Поскольку в силу (λ.5) $R_k > R_s$, выражение $(K' - S' + X - \Phi) - R_k K' + R_s S'$ возрастает, когда K' и S' уменьшаются на одну и ту же величину. Из этого следует, что внутренняя точная верхняя грань достигается при значениях² $M' = 0, K' = [\Phi - X]_+, S' = [X - \Phi]_+$ и $D = (\rho - 1)^{-1} V$, где

² Здесь и далее введены обозначения $x_+ = \max\{x, 0\}$, $x_- = \max\{-x, 0\}$.

$$V = \max_{\Phi} \left\{ \Phi \rho - R_k \int_{-\infty}^{\Phi} (\Phi - X) dF(X) + R_s \int_{\Phi}^{+\infty} (X - \Phi) dF(X) \right\}. \quad (\lambda.17)$$

Если функция распределения F непрерывна,

$$\frac{d}{d\Phi} \left\{ \Phi \rho - R_k \int_{-\infty}^{\Phi} (\Phi - X) dF(X) + R_s \int_{\Phi}^{+\infty} (X - \Phi) dF(X) \right\} = (R_k - R_s) \left\{ \frac{\rho - R_s}{R_k - R_s} - F(\Phi) \right\}.$$

В силу (λ.16) и монотонности функции распределения, производная обращается в ноль в единственной точке Φ , где

$$F(\Phi) = \frac{\rho - R_s}{R_k - R_s}. \quad (\lambda.18)$$

При $\Phi \rightarrow \pm \infty$ выражение в фигурных скобках в (λ.17) стремится к $-\infty$ как $(\rho - R_k)\Phi_+ - (\rho - R_s)\Phi_-$, так что (λ.18) определяет точку максимума. Если F разрывна, Φ – единственное, такое что

$$F(\Phi - 0) \leq \frac{\rho - R_s}{R_k - R_s} \leq F(\Phi + 0).$$

Утверждение . Если функция распределения F непрерывна, оптимальная в смысле (λ.18) стратегия $\Omega = \{\tilde{M}(Z, X), \tilde{K}(Z, X), \tilde{S}(Z, X), \tilde{\Psi}(Z)\}$ существует и имеет вид

$$\tilde{M}(Z, X) \equiv 0, \tilde{K}(Z, X) = [\Phi - X]_+, \tilde{S}(Z, X) = [X - \Phi]_+, \quad (\text{Ошибка! Источник ссылки не найден ..})$$

$$\tilde{\Psi}(Z) = M + \Phi - R_k K + R_s S, \quad (\text{Ошибка! Источник ссылки не найден ..})$$

где Φ определяется уравнением (λ.18).

Доказательство. Пусть $l(Z) = M - R_k K + R_s S$, A – некоторая константа, а \hat{V} – оператор, действующий в пространстве борелевских функций от трех неотрицательных переменных по формуле, соответствующей правой части уравнения Беллмана (λ.11). Тогда, рассуждая так же, как при выводе (λ.17), получим, что

$$\hat{V}[l + A](Z) = l(Z) + \rho^{-1}(A + V). \quad (\lambda.19)$$

Пусть теперь Ω – некоторая допустимая стратегия, а \hat{T}_Ω – оператор, действующий на борелевские функции трех неотрицательных переменных по формуле, соответствующей правой части уравнения Колмогорова (λ.1). Из **(Ошибка! Источник ссылки не найден ..λ)** следует, что при достаточно большой постоянной A_0 $J_\Omega(Z) \leq l(Z) + A_0$. Оператор \hat{T}_Ω монотонный и $\hat{T}_\Omega[J_\Omega](Z) = J_\Omega(Z)$, поэтому $J_\Omega(Z) \leq \hat{T}_\Omega[l + A_0](Z)$. Сравнивая правые части уравнений (λ.1), (λ.λ), (λ.υ1), заключаем, что $\hat{T}_\Omega[l + A_0](Z) \leq \hat{B}_\Omega[l + A_0](Z)$ и в силу (λ.ж) $J_\Omega(Z) \leq l(Z) + \rho^{-1}(A_0 + V)$. Повторяя эти рассуждения для новой оценки $J_\Omega(Z)$, по индукции получим неравенство $J_\Omega(Z) \leq l(Z) + A_n$, где $A_{n+1} = \rho^{-1}(A_n + V)$. Очевидно, $A_n \rightarrow (\rho - 1)^{-1}V$ при $n \rightarrow \infty$ и, значит,

$$J_\Omega(Z) \leq l(Z) + (\rho - 1)^{-1}V \quad (\lambda.\zeta\beta)$$

для любой допустимой стратегии Ω .

Рассмотрим теперь стратегию $\hat{\Omega}$ **(Ошибка! Источник ссылки не найден ..υ)**. Легко видеть, что при применении этой стратегии при любом начальном состоянии кассовый остаток M_t будет нулевым после первого шага, а заимствования по МБК K_t будут независимыми случайными величинами с конечным средним значением. Отсюда по известным теоремам теории вероятности следует, что стратегия $\hat{\Omega}$ удовлетворяет условию (λ.п), а несложный прямой подсчет ожидаемой дисконтированной прибыли для этой стратегии дает, что $J_{\hat{\Omega}}(Z) = l(Z) + (\rho - 1)^{-1}V$. Сравнивая это соотношение с (λ.ζβ), убеждаемся в оптимальности $\hat{\Omega}$. Утверждение доказано.

Рациональная стратегия $\hat{\Omega}$ текущих операций банка, обеспечивающая его ликвидность, очень проста. Во-первых, не следует держать в кассе лишних денег. Во-вторых, чистый доход надо планировать по правилу **(Ошибка! Источник ссылки не найден ..ξ)** в зависимости от текущего состояния кредитного портфеля F , процента по МБК R_k , доходности ГКО R_s и видов на будущее, которые выражаются нормой дисконта будущих доходов Δ . В-третьих, если текущей выручки $R_s S - R_k K + X$ не хватает, чтобы получить запланированный доход Ψ , дефицит денег надо покрывать заимствованиями на МБК. В противном случае все оставшиеся деньги надо вкладывать в ГКО.

Величина $V = V[F]$ (λ.т) является оценкой (функционалом) функции распределения F , которая характеризует имеющийся у банка кредитный портфель. Функционал V зависит от параметров – норм процентов R_k и R_s . Если вспомнить, что максимально возможное значение ожидаемой дисконтированной прибыли банка задается величиной (λ.υт), то станет ясно, что функционал (λ.т) оценивает экономическую эффективность кредитного портфеля банка при заданных цене МБК, доходности ГКО и величине дисконта, которая выражает оценку банком экономической ситуации.

Обычно в теории выбора оптимального портфеля (см., например, [4]) рассматривается предложенный Дж. фон Нейманом функционал ожидаемой полезности (expected utility)

$$N[F] = \int_{-\infty}^{+\infty} u(X) dF(X), \quad (\lambda.2\lambda)$$

где $u(X)$ – некоторая вогнутая функция, задающая степень отвращения к риску агента, выбирающего портфель. Если вычислить $(\lambda.2\lambda)$ для двух распределений с одинаковым средним и различной дисперсией, то N окажется больше для распределения с меньшей дисперсией, и разница в оценке распределений будет тем больше, чем больше кривизна графика функции $u(X)$.

Несмотря на широкую популярность, функционал $(\lambda.2\lambda)$ как способ оценки распределений обладает известными существенными недостатками. Во-первых, чтобы его применять, надо практически "с потолка" задать функцию $u(X)$. Во-вторых, вообще говоря, он не инвариантен к изменению масштаба операций – при изменении всех доходов и расходов в одно и то же число раз он будет рекомендовать изменить пропорции портфеля, что может быть естественно для индивидуального инвестора, располагающего заданным исходным капиталом, но странно для банка, ориентированного на систематический рост оборота. В-третьих, в некоторых случаях выбор, диктуемый функционалом $(\lambda.2\lambda)$, резко противоречит интуиции большинства людей (парадокс Алле).

Можно показать (см. [17, 22]), что функционал $(\lambda.1\tau)$ не выражается в виде $(\lambda.2\lambda)$. Он однороден: при линейном преобразовании случайной величины $X \rightarrow aX + b$ функционал $(\lambda.1\tau)$ от ее распределения преобразуется по тому же правилу $V \rightarrow aV + b$. В ситуации выбора, предложенной Алле, функционал $(\lambda.1\tau)$ дает результат, согласующийся с интуицией. В то же время он описывает отвращение к риску: при одинаковых средних и разных дисперсиях величина V будет тем больше для распределения с меньшей дисперсией, чем больше разница между R_k и R_s .

Несколько лет назад функционал $(\lambda.1\tau)$ был предложен из общих соображений (см. [23]) как альтернатива функционалу ожидаемой полезности и получил название "функционала двойственной теории выбора" (dual choice theory). Замечательно, что здесь мы получили его не из априорных соображений, а как решение вполне естественной линейной задачи управления ликвидными активами банка.

3.3. Модель предприятия

Клиентами банка являются "производители" и "торговые посредники". Их описания можно представить в следующей общей форме. Клиент может находиться в двух состояниях – "хорошем" и "плохом". Переход из одного состояния в другое происходит случайно, и клиент банка знает лишь, что с вероятностью τ он окажется в хорошем состоянии, а с вероятностью $1 - \tau$ – в плохом. Прибыль клиента зависит от его состояния и показателей хозяйственной деятель-

ности \bar{y} (уровня производства, затрат производственных факторов, состояния финансов и т.п.). Клиент выбирает вектор \mathbf{y} из своего технологического множества Y . Если он находится в хорошем состоянии, то получает прибыль $\Pi^+(\mathbf{y})$, а если в плохом – прибыль $\Pi^-(\mathbf{y})$. $\Pi^+(\mathbf{y})$ и $\Pi^-(\mathbf{y})$ – непрерывные, вогнутые функции на компактном выпуклом технологическом множестве Y , причем $\Pi^+(\mathbf{y}) > \Pi^-(\mathbf{y})$.

Теперь надо описать спрос клиента банка на кредит. Для этого сначала рассмотрим ситуацию, когда он не имеет возможности брать кредит. Мы предполагаем, что интересы клиента состоят в максимизации ожидаемой прибыли:

$$\max_{\mathbf{y} \in Y} \{ \tau \Pi^+(\mathbf{y}) + (1 - \tau) \Pi^-(\mathbf{y}) \}. \quad (\lambda.5т)$$

Однако если кредит клиенту недоступен, он не может планировать отрицательную прибыль в "плохом" состоянии. Это состояние может длиться неопределенно долго, и если $\Pi^-(\mathbf{y}) < 0$, клиент с вероятностью 1 окажется неплатежеспособным. Поэтому к задаче (λ.5т) необходимо добавить ограничение

$$\Pi^-(\mathbf{y}) \geq 0, \quad (\lambda.5п)$$

если не учитывать возможность брать кредит.

По теореме Куна - Таккера максимальное значение ожидаемой прибыли клиента, который не может взять кредит, выражается как

$$L = \max_{\mathbf{y} \in Y} \left\{ \tau \Pi^+(\mathbf{y}) + (1 - \tau) \left(1 + \frac{\lambda}{1 - \tau} \right) \Pi^-(\mathbf{y}) \right\}, \quad (\lambda.5л)$$

где $\lambda \geq 0$ – множитель Лагранжа к ограничению (λ.5п). Величина λ однозначно определяется решением задачи оптимизации (λ.5т), (λ.5п) и конечна. Обозначим

$$\hat{r} = \frac{\lambda}{1 - \tau}.$$

Рассмотрим теперь возможность брать кредит. Как уже говорилось выше, фактически банк выполняет страховые функции по отношению к клиенту. Поэтому мы предполагаем, что банк и клиент заключают следующий контракт: банк полностью покрывает убытки предприятия $[\Pi^-(\mathbf{y})]_-$, когда оно находится в плохом состоянии, а предприятие, будучи в хорошем состоянии, отдает банку долю прибыли $\alpha(r)$, которая устанавливается так, чтобы банк получал за кредит в среднем процент $r > 0$:

$$\alpha(r) \tau \Pi^+(\mathbf{y}) = (1 + r)(1 - \tau) [\Pi^-(\mathbf{y})]_-.$$

Мы считаем банк доминирующим участником взаимодействия. Это означает, что банк устанавливает ставку процента r и при заданной ставке процента предприятие выбирает $\mathbf{y} \in Y$, стремясь получить максимум остающейся у него прибыли. Следовательно, поведение производителя описывается решением задачи

$$\tilde{L}(r) = \max_{\mathbf{y} \in Y} (1 - \alpha(r)) \tau \Pi^+(\mathbf{y}) = \max_{\mathbf{y} \in Y} \left[\tau \Pi^+(\mathbf{y}) + (1 - \tau) \Pi^-(\mathbf{y}) - r(1 - \tau) \left[\Pi^-(\mathbf{y}) \right]_- \right]$$

(Ошибка! Источник ссылки не найден ..ст)

При сформулированных выше условиях решение $\mathbf{y}(r)$ существует для любого положительного r .

Выполняя контракт по кредитованию клиента, банк с вероятностью τ будет получать в единицу времени от клиента платеж $\alpha(r) \Pi^+(\mathbf{y}(r))$, а с вероятностью $1 - \tau$ будет выплачивать клиенту в единицу времени количество денег $\left[\Pi^-(\mathbf{y}(r)) \right]_-$. Легко видеть, что величина $\left[\Pi^-(\mathbf{y}(r)) \right]_-$ монотонно возрастает по r . По смыслу задачи (л.ст), (л.н) $\left[\Pi^-(\mathbf{y}(r)) \right]_- = 0$.

Очевидно и то, что производителю выгодно брать кредит, если $\tilde{L}(r) > L$. Сравнивая выражения (Ошибка! Источник ссылки не найден ..ст) и (л.л), легко убедиться, что $L = \tilde{L}(\hat{r})$, а выражение (Ошибка! Источник ссылки не найден ..ст) показывает, что функция $\tilde{L}(r)$ убывает по r . Следовательно, производителю выгодно брать кредит тогда и только тогда, когда $r < \hat{r}$.

3.4. Равновесие по Штакельбергу

Чтобы вычислить ставки процента, которые назначает банк, надо учесть, что у банка много клиентов. Мы предполагаем, что банк имеет полную информацию о каждом i -м клиенте. Это означает, что банк может вычислить зависимость наилучшего выбора i -го клиента $\mathbf{y}(r_i)$ от установленного ему процента r_i , чтобы использовать ее при назначении r_i . По условиям контрактов с клиентами сальдо поступлений и платежей X по операциям со ссудами составит величину $X = \sum_i X_i$, где X_i – случайная величина, которая принимает значения

$\alpha_i(r_i) \Pi_i^+(\mathbf{y}(r_i))$ с вероятностью τ_i и значения $-\left[\Pi_i^-(\mathbf{y}(r_i)) \right]_-$ – с вероятностью $1 - \tau_i$. Для простоты мы считаем величины X_i независимыми при разных i . В работе [17] исследовано, каким будет решение задачи, если отказаться от предположения о независимости клиентов.

Таким образом, функция распределения дохода банка F зависит от параметров $r_1, \dots, r_1, \dots, r_N$. Подставив это распределение в функционал (л.т), получим функцию ставок процентов $\hat{V}(r_1, \dots, r_1, \dots, r_N)$, которая дает оценку совокупности контрактов банком.

Равновесие по Штакельбергу определяется как набор ставок процента $r_1, \dots, r_1, \dots, r_N$, доставляющих максимум функции $\hat{V}(r_1, \dots, r_1, \dots, r_N)$ на неотрицательном ортанте R_+^N .

Если все функции прибыли $\Pi_i^+(\cdot), \Pi_i^-(\cdot)$ непрерывно дифференцируемы, то вследствие непрерывности функций $y(r_i)$ функционал (λ, τ) непрерывно зависит от ставок процента $r_1, \dots, r_1, \dots, r_N$. Выше показано, что производитель перестает брать кредит, если $r_i > \hat{r}_i$. Следовательно, значения функционала (λ, τ) при $r_i > \hat{r}_i$ совпадают со значением его при $r_i = \hat{r}_i$. Таким образом, задача максимизации функции $\hat{V}(r_1, \dots, r_1, \dots, r_N)$ на неотрицательном ортанте R_N^+ эквивалентна задаче о максимуме непрерывной функции многих переменных на компакте $[0, \hat{r}_1] \times \dots \times [0, \hat{r}_1] \times \dots \times [0, \hat{r}_N]$.

3.5. Заключение

Мы построили модель банка, получающего прибыль за счет диверсификации рисков клиентов. Модель позволяет ответить на несколько вопросов о роли банка в современной российской экономике. Во-первых, она показывает, каким образом банк может получать стабильно высокую прибыль в условиях застоя экономики и низкой инфляции. Во-вторых, модель объясняет на первый взгляд нерациональное поведение банков, занимающих деньги под более высокий процент на рынке МБК и ссужающих их государству под более низкий процент, определяемый доходностью ГКО. В-третьих, в модели естественным образом возникает индивидуальная ставка процента для отдельных клиентов. Несмотря на монопольное положение банка на рынке кредитов, складывающиеся кредитные отношения выгодны клиенту, так как исключают для него риск. Следовательно, возникает стимул для интеграции предприятий в финансово-промышленную группу.

В работе [17] исследована зависимость ставки процента r_i по кредитам клиентам от процентов по МБК и ГКО. Показано, что банки будут снижать процентные ставки по кредитам предприятиям, если сужать коридор между R_k и R_s . Этот нетривиальный результат ставит под сомнение расхожее мнение о том, что высокая ставка доходности по ГКО препятствует снижению процента по кредитам предприятиям. Модель показывает, что покупка ГКО и кредитование предприятий не конкурируют, а, скорее, дополняют друг друга. Кредитуя предприятия, банк берет на себя риски, с которыми те сталкиваются. При этом банк платит за риск тем больше, чем выше разница ставок по МБК (или ломбардным кредитам ЦБ) R_k и ГКО R_s . Естественно, что чем больше плата за риск, тем неохотнее банк его страхует и тем дороже обходится кредит предприятию. Резкое снижение доходности по ГКО без соответствующего снижения ставки рефинансирования (и, следовательно, ставок МБК) может вызвать кризис банковской системы, лишив предприятия дешевых (с учетом возможности просрочить или не вернуть) кредитов.

Глава 4. Модель формирования сбережений населения

4.1. Экономический агент "население"

Существенной частью описания непродуцированной сферы экономики является модель потребительского поведения населения и распределения доходов населения на текущие расходы и сбережения. В теории потребительского спроса хорошо изучено потребительское поведение, но стратегии сбережений посвящено относительно мало работ. К тому же современная экономическая ситуация в России такова, что традиционные модели потребления и сбережений не годятся для описания потребительского спроса и предложения сбережений.

Во-первых, после реформы произошла сильная дифференциация доходов населения и по величине, и по источникам их получения. Доходы населения формируются из заработной платы занятых в производстве, из оплаты труда занятых в частном секторе, из заработной платы занятых в бюджетной сфере, из прямых выплат из государственного бюджета, из доходов от торговой-посреднической и другой предпринимательской деятельности, из доходов на капитал и сбережения. Во-вторых, доходы разных групп населения различаются не только по величине, но и по регулярности их получения. Это связано с существованием двух укладов в современной российской экономике. С одной стороны, производство по традиционным связям, в частности по госзаказам, дает относительно регулярные, но низкие доходы. С другой стороны, для больших групп населения коммерческая деятельность приносит относительно высокие, но нерегулярные доходы. Среди них есть немногочисленная группа богатых предпринимателей, которая получает высокие доходы. В-третьих, существенную часть сбережений население делает в твердой конвертируемой валюте, в основном долларах. Долларовые сбережения играют роль страховых высоколиквидных активов.

Все эти особенности надо учесть при описании поведения населения как потребителя и сберегателя. Соответственно мы описываем экономического агента "население" как совокупность отдельных групп по источникам доходов, которые определяют величину и регулярность их получения. Доходы каждой из групп мы описываем единообразно как сумму регулярной составляющей и случайной составляющей.

Мы предполагаем, что население потребляет однородный продукт. Фактически потребление каждой группы населения описывается агрегировано с помощью индекса потребления. Разработана теория и методы исчисления индекса потребления по статистическим данным о потреблении продуктов в полной номенклатуре продуктов и о ценах потребляемых продуктов (см. [1]).

Существует не менее сложная и значительно хуже изученная проблема описания распределения доходов населения между потребительскими расходами, рублевыми сбережениями и валютными сбережениями. Ею мы будем заниматься.

4.2. Модель осторожного поведения потребителя

Предложенное описание формирования доходов групп населения дает возможность однотипно описывать их потребительское поведение. Группа населения может находиться в одном из двух состояний 0 и 1. В состоянии 0 группа получает низкий доход Φ_0 , а в состоянии 1 – высокий Φ_1 . Переход из состояния 1 в состояние 0 происходит случайно с частотой Λ_1 , а из 0 в 1 – с частотой Λ_0 .

В каждый момент времени группа располагает денежным богатством $W(t)$, которое складывается из двух активов: запаса наличности (включая валюту) M и депозита D :

$$W(t) = M(t) + D(t); M(t) \geq 0, D(t) \geq 0.$$

Предполагается, что любой из этих активов можно мгновенно и бесплатно превратить в другой. Депозиты $D(t)$ приносят доход в виде процента $rD(t)$ в единицу времени. Наличность $M(t)$ нужна для текущих потребительских расходов

$\Psi = \frac{M}{\Theta}$, где Θ – постоянная времени в ограничении ликвидности. Соответственно объем C текущего потребления группы есть

$$C = \frac{\Psi}{q},$$

где q – индекс потребительских цен.

Уравнение изменения богатства имеет вид

$$\frac{dW(t)}{dt} = \Phi(t) + rD(t) - \frac{M(t)}{\Theta}, \quad (\text{т.к.})$$

где $\Phi(t)$ – случайная величина, принимающая значения Φ_0 или Φ_1 в зависимости от того, в каком состоянии находится в момент t потребитель.

Поведение потребителей мы моделируем правилом (стратегией), сопоставляющим текущему состоянию $i = 0, 1$ и богатству W распределение активов (или, что то же самое, потребление и сбережения) $M(i, W)$, $D(i, W) = W - M(i, W)$. Мы предполагаем, что, выбирая стратегию, потребители считают, что величины доходов Φ_0 и Φ_1 , цены, проценты и курс валюты останутся постоянными. Однако они учитывают, что доход будет случайно меняться.

Допустим что потребитель руководствуется некоторой стратегией $S = M_s(i, W)$. Сравним текущий объем потребления, диктуемый этой стратегией в состоянии $i = 0, 1$,

$$C_S(i, W) = \frac{M_S(i, W)}{q\Theta}, \quad (\text{т.д})$$

с объемом, который эта же стратегия обещает в ближайшем будущем (через малое время Δ).

В ближайшем будущем потребитель будет в силу (т.к) располагать богатством

$$w_i(W, M_S(i, W)) = W + \Delta \left(\Phi_i + rD_S(i, W) - \frac{M_S(i, W)}{\Theta} \right) =$$

(т.д)

$$= W + \Delta \left(\Phi_i + rW - \left(r + \frac{1}{\Theta} \right) M_S(i, W) \right).$$

С вероятностью

$$\alpha_i = 1 - \Lambda_i \Delta + o(\Delta), \quad (\text{т.т})$$

близкой к единице, состояние потребителя не изменится, и потребление составит $C_S(i, w_i(W, M_S(i, W)))$. С малой вероятностью

$$\beta_i = 1 - \alpha_i = \Lambda_i \Delta + o(\Delta) \quad (\text{т.п})$$

состояние изменится, и потребление будет $C_S(1-i, W)$.

Назовем стратегию осторожной, если в любом состоянии математическое ожидание будущего потребления не меньше текущего потребления

$$C_S(i, W) \leq \alpha_i C_S(i, w_i(i, W)) + \beta_i C_S(1-i, W). \quad (\text{Ошибка! Источник ссылки не найден..к})$$

Легко проверить, что осторожной будет, например, стратегия

$$M(i, W) = \chi W \quad \text{при} \quad \chi \in \left[0, \frac{r\Theta}{1+r\Theta} \right). \quad (\text{т.л})$$

Оказывается что среди осторожных стратегий существует оптимальная \hat{S} – она обеспечивает наибольший среди всех осторожных стратегий объем потребления в каждом состоянии и при любом уровне богатства

$$C_{\hat{S}}(i, W) \geq C_S(i, W)$$

для любой стратегии S , удовлетворяющей (Ошибка! Источник ссылки не найден ..к) при любом $W \geq 0$, $i = 0, 1$.

Для того чтобы доказать это, рассмотрим множество \mathcal{F} функций $f(i, W)$, $0 \leq f(i, W) \leq W$, $i = 0, 1$, $W \in [0, \infty)$ с отношением частичного порядка \prec : $f \prec g$ тогда и только тогда, когда $f(i, W) \leq g(i, W)$ для всех $i = 0, 1$, $W \in [0, \infty)$. Зададим на \mathcal{F} оператор $\hat{B}: \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}$ такой, что

$$\hat{B}[f(\cdot, \cdot)](i, W) = \sup_{0 \leq M_i \leq W} \min \left\{ M_i, \alpha_i f(i, w_i(W, M_i)) + \beta_i f(1-i, W) \right\}, \quad (\text{т.т})$$

где $\alpha_i, \beta_i, w_i(\cdot, \cdot)$ определены соотношениями (т.т), (т.п), (т.л).

Стандартными рассуждениями легко показать, что оператор (т.т) сохраняет отношение порядка \prec :

$$f \prec g \Rightarrow \hat{B}[f] \prec \hat{B}[g]; \quad (\text{т.п})$$

и вогнутость функций из \mathcal{F} :

$$f(i, W) \text{ вогнута по } W, i = 0, 1 \Rightarrow \\ (\text{т.у})$$

$$\hat{B}[f](i, W) \text{ вогнута по } W, i = 0, 1.$$

Кроме того, оператор (т.т) "поднимает" осторожную стратегию. Действительно, функция $M_S(i, W)$ является элементом пространства \mathcal{F} и в силу (т.б), **(Ошибка! Источник ссылки не найден ..х)**

$$M_S(i, W) \leq \min \left\{ M_S(i, W), \alpha_i M_S(i, w_i(W, M_S(i, W))) + \beta_i M_S(1-i, W) \right\}.$$

Поэтому если $M_S(i, W)$ – осторожная стратегия (см. **(Ошибка! Источник ссылки не найден ..х)**) то

$$\hat{B}[M_S] \succ M_S. \quad (\text{т.}')$$

Оптимальную осторожную стратегию будем искать итерациями, начиная с наибольшей в \mathcal{F} функции $U_0(i, W) \equiv W$. Очевидно, что $\hat{B}[U_0] \prec U_0$, и для любой осторожной стратегии $U_0 \succ M_S$. Поэтому в силу (т.п) последовательность функций $U_n = \hat{B}[U_{n-1}]$, ($n=1, 2, \dots$), будет убывающей и ограниченной снизу любой осторожной стратегией, например (т.л). Таким образом, для этой последовательности существует предельная функция, $U(i, W) = \lim_{n \rightarrow \infty} U_n(i, W) \in \mathcal{F}$, $U \succ M_S$ для любой осторожной стратегии S . Покажем, что стратегия

$$\hat{S}: M_S(i, W) = U(i, W) \quad (\text{т.к})$$

осторожная, тогда, очевидно, она будет искомой оптимальной осторожной стратегией.

В силу (т.у) функции U_n вогнуты, а следовательно, непрерывны. Поэтому точная верхняя грань в выражении $\hat{B}[U_{n-1}]$ (см. (т.т)) будет достигаться в некоторой точке $M_i^n(W)$. Вогнутые функции из \mathcal{F} монотонно не убывают, поэтому величина $\alpha_i U_{n-1}(i, w_i(W, M)) + \beta_i U_{n-1}(1-i, W)$ не возрастает по M (см. (т.л)). Из этого следует, что либо $M_i^n(W) = W$, либо $M_i^n(W) = \alpha_i U_{n-1}(i, w_i(W, M_i^n(W))) + \beta_i U_{n-1}(1-i, W)$. В обоих случаях $U_n(i, W) = \hat{B}[U_{n-1}](i, W) = M_i^n(W)$, так что

$$\begin{aligned} U_n(i, W) &= \min \left\{ U_n(i, W), \alpha_i U_{n-1}(i, w_i(W, U_n(i, W))) + \beta_i U_{n-1}(1-i, W) \right\} = \\ &= \min \left\{ U_n(i, W), \alpha_i U_{n-1}(i, w_i(W, U(i, W))) + \beta_i U_{n-1}(1-i, W) \right\} + \\ &+ O(U(i, W) - U_n(i, W)). \end{aligned}$$

Последнее равенство следует из того, что вогнутые функции из \mathcal{F} всюду имеют конечные односторонние производные, не превосходящие 1. Переходя в (т.в) к пределу при $n \rightarrow \infty$, получим, что

$$U(i, W) \leq \alpha_i U(i, w_i(W, U(i, W))) + \beta_i U(1-i, W),$$

т. е. что стратегия (т.к) осторожная.

Фактически функция $U(i, W)$ является наибольшим в смысле порядка \succ решением уравнения Беллмана

$$U(i, W) = \max_{0 \leq M_i \leq W} \min \left\{ M_i, \alpha_i U(i, w_i(W, M_i)) + \beta_i U(1-i, W) \right\}, \quad (\text{Ошибка! Источник ссылки не найден ..})$$

поэтому предложенную модель осторожного поведения потребителя можно рассматривать как вариант теории рекурсивной полезности (см. [24]).

Функцию $U(i, W)$ можно приближенно найти в явном виде. Действительно, функция U_0 линейна при $W > 0$. Если $U_n(i, W) = a_i^n + b_i^n W$ при W , большем некоторой величины \tilde{W}_n , то, как легко проверить, $U_{n+1}(i, W) = a_i^{n+1} + b_i^{n+1} W$ при $W > \tilde{W}_{n+1}$, где

$$a_i^{n+1} = \frac{\alpha_i a_i^n + \beta_i a_{1-i}^n + \alpha_i b_i^n \Delta \Phi_i}{1 + b_i^n \Delta \left(r + \frac{1}{\Theta} \right)}, \text{ (Ошибка! Источник ссылки не найден ..)}$$

$$b_i^{n+1} = \frac{\alpha_i b_i^n + \beta_i b_{1-i}^n + \alpha_i b_i^n \Delta r}{1 + b_i^n \Delta \left(r + \frac{1}{\Theta} \right)}, \text{ (Ошибка! Источник ссылки не найден ..)}$$

$$\tilde{W}_{n+1} = \max \left\{ \tilde{W}_n, \max_{i=0,1} \left\{ \frac{\alpha_i a_i^n + \beta_i a_{1-i}^n + \alpha_i b_i^n \Delta \Phi_i}{1 + b_i^n \Delta \left(r + \frac{1}{\Theta} \right) - (\alpha_i b_i^n + \beta_i b_{1-i}^n)} \right\} \right\}. \text{ (Ошибка! Источник$$

ссылки не найден ..)

Таким образом, все U_n линейны при $W > \tilde{W}_n$

Поскольку $U_n > M_S$ для осторожной стратегии S , из (т.1) следует, что

$$b_i^n \geq \frac{r\Theta}{1+r\Theta}. \text{ (Ошибка! Источник ссылки не найден ..)}$$

Из этого неравенства, рекуррентного соотношения (Ошибка! Источник ссылки не найден ..) и (Ошибка! Источник ссылки не найден ..) легко получить, что величины \tilde{W}_n ограничены сверху, поэтому предельная функция $U(i, W) = a_i + b_i W$ при W , большем некоторого \tilde{W} , причем $a_i = \lim_{n \rightarrow \infty} a_i^n$,

$$b_i = \lim_{n \rightarrow \infty} b_i^n.$$

Переходя к пределу при $n \rightarrow \infty$ в (Ошибка! Источник ссылки не найден ..т), (Ошибка! Источник ссылки не найден ..), получаем

$$b_i = \frac{\alpha_i b_i + \beta_i b_{1-i} + \alpha_i b_i \Delta r}{1 + b_i \Delta \left(r + \frac{1}{\Theta} \right)}, \quad b_i \geq \frac{r\Theta}{1+r\Theta}.$$

При достаточно малом Δ этим соотношениям удовлетворяет единственная пара чисел

$$b_0 = b_1 = b = \frac{r\Theta}{1+r\Theta} + O(\Delta). \text{ (Ошибка! Источник ссылки не найден ..r)}$$

Переходя к пределу при $n \rightarrow \infty$ в (Ошибка! Источник ссылки не найден ..r) и учитывая (Ошибка! Источник ссылки не найден ..r), (т.т), (т.п), получаем

$$a_i = \frac{\Lambda_i \Phi_{1-i} + (\Lambda_{1-i} + r)\Phi_i}{(\Lambda_0 + \Lambda_1 + r)} \Theta + O(\Delta).$$

Поскольку U вогнута, $U < \tilde{U} = \min\{W, a_i + b_i W\}$. Несколько утомительная прямая проверка показывает, что оператор \hat{V} не изменяет функцию \tilde{U} вне отрезка $\left[\frac{a_0}{1-b}, \frac{a_1}{1-b}\right]$, так что вне этого отрезка U и \tilde{U} совпадают и оптимальная осторожная стратегия в этом случае имеет вид

$$M_S(i, W) = \min \left\{ W, \frac{\Phi + \frac{r}{\Lambda} \Phi_i}{1 + \frac{r}{\Lambda}} \Theta + O(\Delta) + \left(\frac{r\Theta}{1+r\Theta} + O(\Delta) \right) W \right\}$$

$$\text{при } W \notin \left[\frac{1+r\Theta}{1+\frac{r}{\Lambda}} \left(\Phi + \frac{r}{\Lambda} \Phi_0 \right) \Theta + O(\Delta), \frac{1+r\Theta}{1+\frac{r}{\Lambda}} \left(\Phi + \frac{r}{\Lambda} \Phi_1 \right) \Theta + O(\Delta) \right],$$

где Φ – средний доход потребителя:

$$\Phi = \tau \Phi_0 + (1-\tau) \Phi_1; \quad \tau = \frac{\Lambda_0}{\Lambda}; \quad \Lambda = \Lambda_0 + \Lambda_1.$$

Если предположить, как мы и делаем в дальнейшем, что r много меньше Λ , то исключительный отрезок становится пренебрежимо малым, а оптимальная осторожная стратегия приближенно выражается в виде

$$M_S(i, W) \approx \min \left\{ W, \theta \Phi + O(\Delta) + \left(\frac{r\Theta}{1+r\Theta} + O(\Delta) \right) W \right\}.$$

Подставляя это выражение в (т.л) и переходя к пределу при $\Delta \rightarrow 0$, получим, что при оптимальном осторожном поведении и при r много меньше Λ богатство изменяется по закону

$$\Theta \frac{dW}{dt} = \begin{cases} \Theta\Phi_0 - W & \text{при } W \leq \Theta\Phi \text{ в состоянии } 0, \\ \Theta\Phi_1 - W & \text{при } W \leq \Theta\Phi \text{ в состоянии } 1, \\ \Theta\tau(1-\tau)(\Phi_0 - \Phi_1) & \text{при } W > \Theta\Phi \text{ в состоянии } 0, \\ \Theta\tau(1-\tau)(\Phi_1 - \Phi_0) & \text{при } W > \Theta\Phi \text{ в состоянии } 1. \end{cases} \quad (\text{т.1})$$

Траектории этого случайного процесса при $W \geq \Theta\Phi$ являются кусочно-линейными функциями со случайно меняющимся наклоном, причем в среднем богатство не изменяется: $E \frac{dW}{dt} = 0$ при $W \geq \Theta\Phi$. При $W < \Theta\Phi$ траектории состояются из отрезков экспонент, причем $E \frac{dW}{dt} > 0$ при $\Theta\Phi_0 \leq W < \Theta\Phi$ и $\frac{dW}{dt} > 0$ при $W < \Theta\Phi_0$. Из области $W < \Theta\Phi_0$ траектории с вероятностью 1 уходят за конечное время, а области $W \geq \Theta\Phi_0$ они никогда не покидают.

Случайный процесс (т.1) не имеет стационарного распределения и качественно напоминает хорошо изученный процесс случайного блуждания с отражением (см. [25]), что будет использовано в гл. 9 при построении расчетных формул.

Процесс (т.1) описывает рост депозитов при неизменном среднем доходе. Это соответствует статистике доходов и сбережений населения. Традиционные модели формирования сбережений (см. [26]) этого факта не объясняют. Стремление объяснить его и было главным стимулом построения данной оригинальной модели формирования сбережений.

ЧАСТЬ III. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ

Модель региональной экономики основана на системе гипотез, сведенных в сценарий отношений экономических агентов, характерных для нынешнего состояния экономики России. Сценарий был описан в гл. 1. При разработке модели использовались теоретические результаты, изложенные в ч. II. Модель создавалась для решения прикладных задач анализа состояния региональной экономики и оценки последствий макроэкономических решений на региональном и федеральном уровнях. Это обстоятельство существенно влияло на характеристики модели: разрабатывая модель, мы адаптировали общие теоретические результаты к реальным возможностям идентифицировать и верифицировать ее по доступным статистическим данным. Кроме того, теория агрегирования и опыт исследований подсказывали нам, что при описании экономики переходного периода, в которой непрерывно происходят структурные изменения, не имеет смысла строить излишне детализированную модель – это было бы превышением достижимой точности описаний макроэкономических процессов и связей.

Глава 5. Общая схема модели

При разработке математической модели региональной экономики (как и модели любой другой экономической системы) сразу же возникают вопросы, которые существенно определяют облик будущей модели: каких экономических агентов описывать в модели и какой экономический смысл придавать каждому из включенных в рассмотрение экономических агентов. Правильное решение этих вопросов во многом определяет качество математической модели. В системном анализе развивающейся экономики под экономическим агентом понимают экономическую структуру, которой можно приписать определенную функцию в рассматриваемой экономической системе (см. [1]). Набор экономических агентов в модели определяется системой гипотез, на которых основана модель. Следует учитывать, что более детализированная модель предполагает использование большего количества гипотез, каждая из которых справедлива лишь в течение некоторого периода времени. Поэтому разработчик математической модели вынужден выбирать между детальностью модели и устойчивостью положенных в ее основание гипотез. Эмпирически установлено следующее общее правило. Если экономика находится в переходном состоянии, когда еще не сформировался стабильный экономический уклад, имеет смысл только достаточно агрегированное описание экономических агентов. Это означает, что нет смысла рассматривать в модели слишком много отраслей производства или слишком много продуктов, вводить в модель слишком много потребительских групп населения и т. п.

Теперь перейдем к описанию общей структуры модели, которая в явном виде отражает гипотезы относительно экономических отношений, главная из которых состоит в том, что в сфере производства сосуществуют на общей технологической основе и общих производственных мощностях два уклада: ры-

ночный и традиционный, взаимодействующие в рамках финансово-промышленных групп.

Соответственно в модели выделены следующие **экономические агенты**: **коммерческие банки**, среди которых выделен **сбербанк**; **производители**, разбитые на секторы производства; **торгово-посреднические структуры**, привязанные к финансово-промышленным группам и обслуживающие обращение товаров; **население**, разделенное на группы по доходам и потребительскому поведению; **администрация**, деятельность которой представлена доходами и расходами регионального бюджета. Кроме того, в модели описана **внешняя экономическая среда**, с которой взаимодействует рассматриваемая региональная экономика.

В модели **коммерческие банки**, совокупность которых образует кредитно-денежную систему, подразделяются по их специализации. Банки, которые работают, главным образом, с экономическими агентами производителями и торгово-коммерческими посредниками, образуют вместе с ними финансово-промышленные группы. **Сбербанк** работает, в основном, с экономическим агентом население, однако выдает ссуды и юридическим лицам.

Функция банка в финансово-промышленной группе состоит в стабилизации механизма регулирования производства. Банк берет на себя риски, возникающие у экономических агентов в связи с нерегулярностью коммерческой деятельности. С каждым из экономических агентов банк работает индивидуально. Во-первых, банк кредитует производителей в те периоды, когда они терпят убытки в традиционном режиме работы. Производители возвращают кредит с процентами в те случайные периоды, когда они получают прибыль в коммерческом режиме работы. Точно так же банк работает с торгово-посредническими структурами, которые тоже не получают прибыли в периоды, когда производители работают в традиционном режиме, но вынуждены регулярно нести затраты для поддержания каналов реализации товаров. Поскольку возврат кредитов с процентами происходит нерегулярно, текущее сальдо баланса платежей банка может становиться отрицательным. Тогда банк обращается за межбанковским кредитом. Если же сальдо положительное, банк покупает ГКО. Банк является коммерческой организацией, поэтому он заинтересован так вести дело, чтобы получить в среднем побольше прибыли.

Во-вторых, банк создает благоприятные экономические условия для выживания "своих" производителей в традиционном режиме работы. Он организует локальный рынок неплатежей, на котором по суммарному спросу и предложению векселей устанавливается цена неплатежей для производителей, входящих в данную финансово-промышленную группу. Банк покупает неплатежи одних и продает их другим, так чтобы сальдо неплатежей всех производителей, входящих в данную финансово-промышленную группу, было бы нулевым.

Кроме того, банки привлекают средства населения в виде депозитов. В модели активы коммерческого банка описаны как кредиты производителям, вложения в государственные краткосрочные обязательства, обязательное резервирование депозитов населения в Центральном банке (ЦБ), кассовый остаток и остаток корреспондентского счета в ЦБ, векселя, выданные производителями, а пассивы – как остатки расчетных счетов производителей, собственный

капитал банка, депозиты населения, задолженность по межбанковским кредитам, векселя, выданные производителям.

Региональное отделение сбербанка, как и коммерческие банки, привлекает депозиты населения. Часть привлеченных средств сбербанк вкладывает в ГКО, а часть использует для выдачи кредитов юридическим лицам. В отличие от коммерческих банков сбербанк не заимствует средства по МБК, а сам переводит часть ресурсов в центральную контору. Политика сбербанка отличается от политики коммерческих банков, поэтому в модели сбербанк выделен как особый экономический агент.

В модели пассивы сбербанка описаны как депозиты населения и собственный капитал банка, а активы – как вложения в ГКО, резервирование депозитов в ЦБ, остатки корреспондентского счета в центральной конторе Сбербанка и кредиты юридическим лицам. Процент по депозитам считается экзогенным параметром и задается сценарием.

Производители разделены на секторы, в каждом из которых выпускается однородный продукт. Производственные возможности производителя в каждом секторе описываются зависимостью выпуска продукта от затрат производственных факторов. Затраты подразделяются на затраты продуктов, произведенных в других секторах экономики региона, и затраты продуктов, поступающих в регион извне. Затраты рабочей силы в секторе выражаются величиной фонда оплаты труда, исчисленного по текущим ставкам.

Новые производственные отношения администрации и трудовых коллективов выражаются в предположении, что производитель так регулирует уровень производства, чтобы извлечь из него побольше прибыли. Но понятие прибыли в сформулированных выше экономических условиях далеко от принятого в классических экономических теориях. В *традиционном режиме* работы производители используют прежние налаженные связи и допускают взаимные неплатежи, рассчитывая погасить их векселями. Незрелость рыночных структур не дает возможности установить единый эквивалент - курс векселей. Банк, переоценивая векселя, устанавливает обменный эквивалент в пределах финансово-промышленной группы. Исчисляя прибыль в традиционном режиме работы, производитель учитывает неплатежи и дополнительный доход (издержки) от продажи "своему" банку (покупки у него) векселей на сумму сальдо неплатежей, переоцененную банком по установленной им ставке. Существенное предположение состоит в том, что в традиционном режиме работы производитель несет убытки (прибыль отрицательна), которые покрывает за счет кредита, выдаваемого ему "своим" банком под определенный процент.

В *коммерческом режиме* работы производитель, реализуя товар на рынке, пользуется услугами торгово-посреднических структур, которые возникли в рамках финансово-промышленной группы, и рассчитывается настоящими деньгами. Выручка и издержки исчисляются по рыночным ценам (с учетом налогов), в издержки включается оплата услуг торгово-посреднических структур. Коммерческую прибыль производитель получает нерегулярно, а когда получает, то сначала не распределяет ее, а всю тратит, чтобы расплатиться с процентами за кредит. Только после этого он распределяет всю получаемую прибыль. Из решения задачи на максимум средней распределяемой прибыли определяется экономическое поведение производителя: выпуск продукта и затраты произ-

водственных факторов, реализация произведенной продукции и покупки факторов производства по рыночным и традиционным связям в зависимости от рыночных цен, неплатежей, оплаты рабочей силы, ставок налогов и норм начислений, ставки, установленной банком по неплатежам, и процента, установленного им за кредит, а также от параметра, характеризующего относительную частоту получения производителем коммерческой прибыли (т. е. характеризующего общее состояние рынков). Кроме того, определяются спрос производителя на кредит, доходы населения, занятого в секторах производства, и распределяемая прибыль производителей, часть которой образует доходы предпринимателей, а другая часть при благоприятных условиях может быть инвестирована.

Сходным образом в модели построено описание экономического агента **торгово-посредническая структура**. Торгово-посредническая структура проводит коммерческие операции и получает прибыль в те же периоды времени, когда работают в коммерческом режиме производители, связанные с этой структурой в финансово-промышленной группе. Остальное время торгово-посредническая структура прибыли не получает, но несет расходы, чтобы поддерживать в рабочем состоянии свои каналы реализации товара. Эти расходы она оплачивает за счет кредита, который получает от "своего" банка. Банк выдает кредиты под процент, назначенный им самим, но ждет погашения кредита с процентами до тех пор, пока торгово-посредническая структура не получит прибыли от коммерческих операций. Решение задачи на максимум средней распределяемой прибыли определяет экономическое поведение торгово-посреднической структуры: плату производителей за ее услуги, ее доходы и расходы в зависимости от величины заказа на реализацию товара, рыночной цены товара, процента за кредит, суммарного потребительского спроса, а также от параметра, характеризующего относительную частоту получения коммерческой прибыли. Кроме того, определяется спрос на кредит торгово-посреднической структуры в зависимости от тех же параметров.

Население разделено на группы по источникам получения доходов, которые определяют и характерную величину доходов в группе. Группа предпринимателей получает доходы в виде части распределяемой прибыли секторов производства и банков. Группа посредников получает доходы от торгово-посреднической деятельности. В группы трудящихся сведена та часть населения, которая занята в секторах производства, в бюджетных отраслях производственной сферы, а также та часть населения, которая получает социальные выплаты (пенсии, пособия, стипендии и т. п.) из регионального или федерального бюджета. В каждой из групп доходы складываются из регулярной составляющей, которая связана с выплатами в традиционном режиме работы производителей и с выплатами из бюджета, и из нерегулярной части, связанной с доходами от коммерческого режима работы. Каждая группа населения делит свои доходы после уплаты налогов на потребительские расходы и сбережения, причем сбережения могут быть в виде рублевых депозитов и запаса валюты. Рублевый депозит приносит доход в виде процентных платежей, запас валюты дохода не приносит, но может быть мгновенно конвертирован в рубли по текущему курсу и израсходован на потребление или на депозитные сбережения. Таким образом, валютные сбережения играют роль страхового запаса.

Спрос и предложение определяются как решение задачи о максимуме ожидаемого гарантированного потребления группы в условиях неопределенности. В результате получаются функции потребительского спроса, спроса на валюту и предложения рублевых депозитов каждой группы в зависимости от цен потребительских товаров, процента по депозитам и доходов группы.

В модели деятельность региональной **администрации** описана финансовым балансом регионального бюджета. Доходная сторона баланса состоит из налоговых поступлений, поступлений из федерального бюджета, поступлений от арендных и прочих платежей экономических агентов. Расходная сторона баланса состоит из выплат населению (зарплата занятых в областной бюджетной сфере, пособия) и затрат на оплату заказанных потребительских продуктов и услуг.

Взаимодействия экономических агентов определяют цены продукции и неплатежей в секторе 2, а также процентные ставки. Трудность заключается в том, что региональная экономика не является замкнутой, следовательно, на региональные рынки существенное влияние оказывают внешние спрос и предложение продуктов, денег, которые должны считаться заданными экзогенно. В модели считаются заданными экзогенно цены импортируемых продуктов, с которыми конкурируют продукты, производимые внутри региона, и цены экспортируемых продуктов. Рынки кредита производителям и векселей замкнуты внутри финансово-промышленных групп, поэтому цены на них (проценты и котировки векселей) определяются взаимодействиями производителей и банков. На рынке кредитов банки являются монополистами, и процент по кредитам определяется из решения задачи о равновесии по Штакельбергу. На рынке векселей цена определяется условием равенства между выпусками активных и пассивных векселей в каждой ФПГ.

В результате получается замкнутое описание в том смысле, что модель дает возможность рассчитать перечисленные выше макропоказатели: уровни производства в секторах, их материальные затраты, созданные в них добавленные стоимости, прибыли секторов; доходы торгово-посреднических структур; потребительские расходы и сбережения населения региона; структуру балансов коммерческих банков и их прибыли; цены продуктов, проценты за кредит и по депозитам, денежную массу и денежные потоки из региона и в регион – при условии, что определены макроэкономические воздействия на экономику областной администрации и федеральных органов и определен сценарий внешних экономических условий.

Глава 6. Описание производителей

Разделим сферу производства региона на два сектора. При решении вопроса о выделении секторов кроме теоретических соображений мы принимаем во внимание, что модель создается для чисто прикладных целей. Во-первых, предварительный анализ статистических данных показал, что более подробное описание структуры производства было бы невозможно идентифицировать по данным статистики. Во-вторых, модель предназначена для проведения массовых расчетов, так что отдельный расчет временных рядов с помощью модели не должен занимать слишком много времени. Это требование можно выпол-

нить, если проводить расчеты по конечным формулам, а получить конечные формулы удастся только при высокой степени агрегирования описания производства.

Итак, разделим производство на два сектора. В сектор 1 отнесем отрасли, которые выпускают сырьевые продукты. Это – основные, экспортно-ориентированные отрасли региона, достаточно однородные по макроэкономическим показателям технологий. В сектор 2 отнесем обрабатывающие отрасли и отрасли, производящие товары народного потребления. Конечно, это разнородные отрасли, объединяет их только то, что они не работают на экспорт, наоборот, многие из них испытывают конкуренцию со стороны ввоза продуктов. Повторим, что объединение их в общий сектор – в значительной степени мера вынужденная, потому что имеющиеся статистические данные не дают возможности сколько-нибудь корректно оценить технологические характеристики секторов, если их выделено больше, чем два. Математическая структура модели допускает выделение любого количества секторов.

Предполагается, что каждое предприятие каждого сектора в принципе может сбывать продукцию и приобретать сырье по одному из двух каналов: по прямым связям (традиционный канал) и на рынке (коммерческий канал). Данные опросов директоров предприятий различных отраслей в различных регионах показывают примерно одну и ту же цифру соотношения интенсивности использования этих каналов: 20-30% приходится на коммерческий и 70-80% – на традиционный.

В рамках модели каждое предприятие выбирает интенсивность использования каждого канала, исходя из своих интересов. Оба канала имеют для него как преимущества, так и недостатки. Традиционный канал используется только для продуктов производственного назначения. Он допускает неплатежи и тем самым позволяет дешево приобретать сырье. Однако если одно предприятие дешево покупает, то другое дешево продает. Так что предприятие, использующее традиционный канал, должно не просто недоплачивать поставщикам, но и терпеть неплатежи потребителей.

Фактически в модели мы рассматриваем неплатежи как особые деньги, выпускаемые предприятиями. По ним должен соблюдаться баланс, и это накладывает определенные ограничения на покупки и продажи по традиционному каналу. Отметим, что статистика показывает: большинство предприятий имеет положительное сальдо дебиторской и кредиторской задолженности, если исключить задолженность по зарплате и задолженность бюджету.

Традиционные связи мы считаем настолько стабильными, что если предприятие выбрало какой-то уровень производства, поставок и покупок по традиционным связям, этот уровень сохраняется долго.

Коммерческий канал выгоден для сбыта, однако приобретать сырье по этому каналу дорого. При сбыте продукции по коммерческому каналу приходится прибегать к услугам торгово-посреднических структур и нести значительные издержки реализации. Кроме того, сбыт по коммерческому каналу связан с риском: возможность сбыть по нему продукцию возникает случайно и случайно пропадает.

Описанную смену режима деятельности производителей проще всего моделировать так называемым телеграфным случайным процессом: постоянно

поддерживается некоторый уровень производства, который мы назовем традиционным режимом работы, и время от времени на случайный период времени, когда возможен сбыт по коммерческому каналу, уровень производства увеличивается (возникает коммерческий режим работы).

Производство в обоих режимах осуществляется на общих производственных мощностях, и при этом возникают разные возможности. Во-первых, можно, получив сырье по прямым связям, полностью израсходовать его на производство продукции для поставок по прямым связям, а дополнительное сырье для коммерческого режима покупать по коммерческому каналу. Во-вторых, можно получить по прямым связям сырье с избытком и использовать его запас для производства в коммерческом режиме. В-третьих, можно производить в традиционном режиме избыток продукции и реализовывать ее в коммерческом режиме. Все эти возможности мы будем учитывать в модели. Будем считать, что одновременно с коммерческим режимом работы продолжается работа в традиционном режиме и осуществляются поставки по традиционным связям. Будем называть смешанным режимом работы одновременную работу в коммерческом и традиционном режимах.

Предполагается, что предприятия могут объединяться в финансово-промышленные группы, в рамках которых происходят взаимный учет неплатежей при посредничестве банка, возглавляющего ФПГ, и кредитование предприятий банком. Можно показать, что предприятия одного сектора, входящие в данную финансово-промышленную группу, в рамках модели можно рассматривать агрегированно, как одно предприятие с суммарными технологическими возможностями. Такую совокупность предприятий мы далее называем подсектором.

Конкретно в модели мы рассматриваем две ФПГ: А и В. Каждая из них включает предприятия обоих рассматриваемых в модели секторов. Предприятия сектора 1, входящие в группы А и В, образуют подсекторы 1А и 1В; предприятия сектора 2, входящие в группы А и В, образуют подсекторы 2А и 2В.

Математическая структура модели допускает выделение любого числа ФПГ и любого числа предприятий в ФПГ. Если формально рассматривать предприятие как самостоятельную ФПГ (т.е. выписать для него отдельно баланс неплатежей), то в модели можно учесть и те предприятия, которые не входят в ФПГ.

6.1. Описание производства в подсекторах

В модели принято агрегированное описание производства: предполагается, что каждый из секторов выпускает однородный продукт.

Отрасли сектора 1 затрачивают в производстве продукцию отраслей сектора 2. Но часто регион не полностью обеспечивает себя ресурсами, поэтому предполагается, что сектор 1 затрачивает в производстве продукт, который не производится в регионе, а поставляется в него извне (далее этот продукт называется ввозимым). По аналогичным соображениям в секторе 2 описаны производственные затраты продукта сектора 1 и ввозимого продукта.

Кроме того, в подсекторах $i\alpha$ используется рабочая сила, количество которой обозначается $R_{i\alpha}$. Рабочая сила, занятая в подсекторах, считается однородным, но не лимитирующим производственным фактором. Последнее предположение вполне соответствует нашей теперешней экономической ситуации.

Очевидно, что при агрегировании отраслей в секторы появляются большие производственные затраты секторов самих на себя. Мы рассматриваем чистые выпуски в смешанном режиме $X_{i\alpha}$ и в традиционном режиме $Y_{i\alpha}$ подсекторов $i\alpha$ и тем самым исключаем из рассмотрения производственные затраты секторов самих на себя. Известно, что результат исчисления валовых выпусков зависит от сложившегося административного подразделения отраслей. Поскольку структура выделяемых в макроэкономической модели агентов не может совпадать со сложившейся структурой административных единиц в экономике, то воспроизведение в модели аналогов валовых выпусков отраслей не является целесообразным.

Известно, что в производственных затратах предприятий содержится существенная постоянная составляющая, которая не зависит от величины выпуска. Постоянная составляющая затрат сильно влияет на эффективность производства в условиях его спада, поэтому мы учитываем ее в производственных затратах. Правда, в условиях переходной экономики разработка межотраслевых балансов практически невозможна по причине структурных сдвигов в экономике. Поэтому при практических расчетах постоянную составляющую затрат приходится оценивать экспертно.

В модели в постоянную составляющую затрат включены кроме условно-постоянных затрат также затраты на ремонт и восстановление основных фондов. В связи с этим заметим, что производственные мощности подсекторов $M_{i\alpha}^f$ считаются постоянными.

Поскольку нет данных о структуре материальных затрат предприятий, мы ради упрощения описания оцениваем производственные затраты ввозимого продукта в секторах долями затрат продуктов, произведенных в регионе:

$$U_{0i\alpha} = a_{0j} U_{ji\alpha} \quad (i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B),$$

(1.ж)

$$V_{0i\alpha} = a_{0j} V_{ji\alpha} \quad (i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B),$$

где $U_{ji\alpha}$ – затраты продукта сектора j в подсекторе $i\alpha$ в смешанном режиме работы; $V_{ji\alpha}$ – затраты продукта сектора j в подсекторе $i\alpha$ в традиционном режиме работы; $U_{0i\alpha}$ – затраты ввозимого продукта в подсекторе $i\alpha$ в смешанном режиме работы; $V_{0i\alpha}$ – затраты ввозимого продукта в подсекторе $i\alpha$ в традиционном режиме работы; a_{0j} – удельные нормы затрат ввозимых продуктов в подсекторах i -го сектора. По тем же причинам, что и постоянную составляющую затрат, при практических расчетах удельные нормы затрат ввозимых продуктов a_{0j} можно оценить только экспертно.

Характерной особенностью структуры производства в теперешней российской экономике оказывается существенная недогрузка производственных мощностей в условиях спада производства при одновременной избыточной занятости рабочей силы. Безработица в России до сих пор существует в скрытой форме. Фактором производства, ограничивающим выпуск продукта, оказываются оборотные фонды. Результаты анализа данных о предприятиях разных отраслей показывают, что производство в секторах можно описать производственными функциями, которые зависят от производственных мощностей секторов и величины материальных затрат. В модели используется хорошо известная (см. [1]) квадратичная производственная функция.

В смешанном режиме работы подсекторов выпуски продуктов описываются производственными функциями $X_{i\alpha} = f_{i\alpha}(U_{ji\alpha})$, где

$$f_{i\alpha}(U_{ji\alpha}) = \begin{cases} M_{i\alpha}^f \left\{ 2(u_{ji\alpha}) - (u_{ji\alpha})^2 \right\} & 0 \leq u_{ji\alpha} \leq 1, \\ M_{i\alpha}^f, & u_{ji\alpha} > 1, \\ 0, & u_{ji\alpha} < 0, \end{cases} \quad (1.2)$$

$$u_{ji\alpha} = \frac{U_{ji\alpha}}{\lambda_{ji\alpha}^f M_{i\alpha}^f} - C_{ji\alpha}^f.$$

В традиционном режиме работы подсекторов выпуски продуктов описываются производственными функциями $Y_{i\alpha} = f_{i\alpha}(V_{ji\alpha})$, где

$$f_{i\alpha}(V_{ji\alpha}) = \begin{cases} M_{i\alpha}^f \left\{ 2(v_{ji\alpha}) - (v_{ji\alpha})^2 \right\} & 0 \leq v_{ji\alpha} \leq 1, \\ M_{i\alpha}^f, & v_{ji\alpha} > 1, \\ 0, & v_{ji\alpha} < 0, \end{cases} \quad (1.3)$$

$$v_{ji\alpha} = \frac{V_{ji\alpha}}{\lambda_{ji\alpha}^f M_{i\alpha}^f} - C_{ji\alpha}^f.$$

В выражениях (1.2) и (1.3) $M_{i\alpha}^f$ – производственная мощность подсектора $i\alpha$; $\lambda_{ji\alpha}^f$ – характеристика удельных затрат j -го продукта в производстве подсектора $i\alpha$; $C_{ji\alpha}^f$ – удельные постоянные затраты j -го продукта в подсекторе $i\alpha$, так что

$$U_{j\alpha}^C = C_{j\alpha}^f \lambda_{j\alpha}^f M_{i\alpha}^f - (I.T)$$

постоянные затраты j -го продукта в подсекторе $i\alpha$.

Таким образом, описание производства основывается на предположении, что в традиционном и смешанном режимах работы производство осуществляется на одних и тех же мощностях. Структура модели не изменится, если считать, что параметры производственных функций в традиционном и смешанном режимах работы различаются.

6.2. Описание связей подсекторов с поставщиками и потребителями

В традиционном режиме работы сектор 1 получает из сектора 2 его продукт по рыночной цене q_2 , но за каждую единицу полученного продукта недоплачивает "цену" p_2 . Неплатежи являются формой товарного кредита у поставщиков. Таким образом, за единицу продукта сектора 2, полученного по традиционным связям, сектор 1 платит цену $q_2 - p_2$ и увеличивает собственные неплатежи (пассивную задолженность) на p_2 . За единицу ввозимого продукта, полученного по традиционным связям, сектор 1 платит цену $q_0 - p_0$ и увеличивает пассивную задолженность на p_0 . За поставки единицы произведенного продукта сектору 2 или вывоз ее из региона по традиционным связям сектор 1 получает выручку по цене $q_1 - p_1$ и увеличение задолженности ему потребителя (активной задолженности) на p_1 .

В коммерческом режиме работы сектор 1 платит сектору 2 за его продукт рыночную цену q_2 , а за единицу ввозимого продукта сектор 1 платит рыночную цену q_0 . За поставки единицы произведенного продукта сектору 2 или вывоз ее из региона по коммерческим связям сектор 1 получает выручку по рыночной цене q_1 .

Точно так же в традиционном режиме работы сектор 2 за единицу продукта сектора 1, полученного по традиционным связям, платит цену $q_1 - p_1$ и увеличивает собственные неплатежи (пассивную задолженность) на p_1 . За единицу ввозимого продукта, полученного по традиционным связям, сектор 2 платит цену $q_0 - p_0$ и увеличивает пассивную задолженность на p_0 . За поставки единицы произведенного продукта сектору 1 по традиционным связям сектор 2 получает выручку по цене $q_2 - p_2$ и увеличение задолженности ему (активной задолженности) на p_2 .

В коммерческом режиме работы сектор 2 платит сектору 1 за его продукт рыночную цену q_1 , а за единицу ввозимого продукта сектор 2 платит рыночную цену q_0 . За поставки единицы произведенного продукта сектору 1 или вывоз ее из региона по коммерческим связям сектор 2 получает выручку по рыночной цене q_2 .

Предполагается, что подсекторы $i\alpha$ случайным образом переходят из традиционного в смешанный режим работы и обратно с заданными средними частотами $\lambda_{i\alpha}^0, \lambda_{i\alpha}^1$ соответственно. По средним частотам вычисляются средние

доли времени $\tau_{i\alpha} = \frac{\lambda_{i\alpha}^0}{(\lambda_{i\alpha}^0 + \lambda_{i\alpha}^1)}$ и $1 - \tau_{i\alpha}$ работы подсекторов $i\alpha$ в смешанном (одновременно в коммерческом и традиционном) и в традиционном режимах соответственно.

Такой подход к описанию работы подсекторов накладывает ограничения на величины, характеризующие производственно-экономическую деятельность подсекторов. Так как по коммерческим связям можно реализовать и часть продукта, произведенного в традиционном режиме, величина продаж $Z_{i\alpha}$ продуктов подсекторов $i\alpha$ в единицу времени в коммерческом режиме работы не ограничена выпуском $X_{i\alpha}$. Предполагается, что в среднем запасы продуктов в подсекторах не накапливаются. Поэтому по традиционным связям поставки продукта $\tilde{Y}_{i\alpha}$ ограничены его производством $Y_{i\alpha}$:

$$Y_{i\alpha} \geq \tilde{Y}_{i\alpha}, Y_{i\alpha} = f_{i\alpha}(V_{ji\alpha}) \quad (i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B),$$

а затраты $V_{ji\alpha}$ в традиционном режиме работы продукта ограничены поставками его $\tilde{V}_{ji\alpha}$ внутри региона:

$$V_{ji\alpha} \leq \tilde{V}_{ji\alpha} \quad (i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B),$$

и поставками $\tilde{V}_{0i\alpha}$ извне региона:

$$a_{0j} V_{ji\alpha} = \tilde{V}_{0i\alpha} \quad (i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B).$$

Чтобы в среднем запасы продуктов не накапливались и в смешанном режиме работы подсекторов, должно выполняться равенство, связывающее продажи продукта на внутреннем рынке

$$\tau_{i\alpha} X_{i\alpha} + (1 - \tau_{i\alpha}) Y_{i\alpha} = \tau_{i\alpha} Z_{i\alpha} + \tilde{Y}_{i\alpha} \quad (i = 1, 2; \alpha = A, B),$$

равенство, связывающее покупки сырья на внутреннем рынке

$$\tau_{i\alpha} U_{ji\alpha} + (1 - \tau_{i\alpha}) V_{ji\alpha} = \tau_{i\alpha} \tilde{W}_{ji\alpha} + \tilde{V}_{ji\alpha} \quad (i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B), \quad (1.п)$$

и равенство, связывающее покупки сырья на внешнем рынке

$$a_{0j} [\tau_{i\alpha} U_{ji\alpha} + (1 - \tau_{i\alpha}) V_{ji\alpha}] = \tau_{i\alpha} \tilde{W}_{0i\alpha} + \tilde{V}_{0i\alpha} \quad (i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B).$$

Здесь $\tilde{W}_{ji\alpha}$, $\tilde{W}_{0i\alpha}$ – покупки подсекторами $i\alpha$ сырья в коммерческом режиме работы на внутреннем и внешнем рынках соответственно. Мы предполагаем, что $\tilde{W}_{ji\alpha} \geq 0$, т. е. производители не реализуют по коммерческим связям сырье, полученное по традиционным связям. Из этого неравенства, а также из неравенства $V_{ji\alpha} \leq \tilde{V}_{ji\alpha}$ и баланса (1.п) следует, что $U_{ji\alpha} \geq V_{ji\alpha}$. Тогда $X_{i\alpha} \geq Y_{i\alpha}$, т. е. в смешанном режиме выпуск продукта не меньше, чем выпуск в традиционном режиме.

Мы предполагаем, что в коммерческом режиме работы производитель продолжает поставлять продукт по традиционным связям в прежнем объеме и на прежних условиях.

6.3. Описание механизмов регулирования производственно-экономической деятельности производителей (подсекторов), входящих в финансово-промышленную группу

Механизмы регулирования хозяйственной деятельности производителей определяются специфическими отношениями экономических агентов в ФПГ, которые возникают в России с 1995 г. Мы предполагаем – и эта гипотеза подтверждается информацией, полученной от экспертов, – что ФПГ представляет собой специфическую российскую форму сосуществования производителей, находящихся в тяжелом финансовом положении, и банков, работающих в условиях застоя производства и низкой инфляции.

Новый этап перехода российской экономики на рыночные механизмы регулирования начался примерно с зимы 1995 г. Правительство перешло к жесткой кредитной и финансовой политике, в частности, отменило льготное кредитование производителей и финансировало расходы федерального бюджета посредством продажи ГКО. Вследствие этого существенно снизились темпы инфляции, и экономические агенты вынуждены были приспособливаться к новым условиям. Производители вынуждены были искать новые источники кредитования оборотных фондов, а банки искать новые источники прибыли. По многим причинам, главные из которых были изложены в ч. I, перестройка экономических отношений привела к образованию ФПГ, в которых по личным связям произошло сращивание банка, предприятий и коммерческих структур, возникших вокруг предприятий. Банк держит у себя деньги клиентов, входящих в ФПГ, и использует их для получения прибыли. Одновременно банк берет на себя финансирование рисков хозяйственной деятельности производителей. Во-первых, банк кредитует нерентабельную деятельность производителей, когда те работают в традиционном режиме. Во-вторых, банк организует локальный рынок взаимных неплатежей производителей, скупая неплатежи одних и продавая их другим по установленной ставке.

Производители в типичном случае являются должниками банка, но иногда, получая прибыль в коммерческом режиме работы, имеют возможность расплатиться с долгами и процентами по ним. Подчиненное положение производителей в ФПГ вынуждает их расплачиваться с долгами и процентами в первую

очередь и только остаток прибыли использовать по своему усмотрению. Процесс приватизации достаточно четко оформил отношения собственности, чтобы можно было считать, что производитель (в данном случае олицетворяющий администрацию предприятий) регулирует хозяйственную деятельность так, чтобы извлечь максимальную прибыль.

Итак, будем считать, что каждый из производителей (подсекторов) планирует такой уровень выпуска продукта и затрат, который обеспечивает ему максимальную среднюю прибыль. В традиционном режиме работы, который занимает в среднем долю $1 - \tau_{i\alpha}$ рабочего времени, производители терпят убытки при сложившейся структуре рыночных цен (можно считать, получают отрицательную прибыль):

$$\begin{aligned} -\Pi_{i\alpha}^0 &= (1 - n_1) [(q_i - p_i) \tilde{Y}_{i\alpha} - (q_j - p_j) \tilde{V}_{ji\alpha} - \\ (1.1) & - (q_0 - p_0) \tilde{V}_{0i\alpha}] - (1 + n_2) \Phi_{i\alpha}^R + K_{i\alpha}^{CB} + \Phi_{i\alpha}^F \end{aligned}$$

($i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B$),

где $\Pi_{i\alpha}^0$ – убытки в единицу времени подсекторов $i\alpha$ в традиционном режиме работы; n_1 – норматив налога на добавленную стоимость, вычисляемый как отношение реально собираемого налога и добавленной стоимости; n_2 – норматив начислений на заработную плату, вычисляемый как отношение реально собираемых отчислений и реально выплаченной заработной платы; $K_{i\alpha}^{CB}$ – нетто-кредиты сбербанка (см. разд. 8.2); $\Phi_{i\alpha}^F$ – бюджетные дотации производителям (см. разд. 9.2); $\Phi_{i\alpha}^R$ – фактически выплаченный занятым подсектора $i\alpha$ фонд заработной платы.

В настоящее время труд не является лимитирующим фактором производства, поэтому численность занятых в подсекторе $i\alpha$ $R_{i\alpha}$ не связана с уровнем производства и задается экзогенно. Поскольку в настоящее время типична не полная выплата установленной зарплаты, величина фактического фонда оплаты труда $\Phi_{i\alpha}^R$ в модели рассчитывается следующим образом. Предполагается, что существует тарифная (начисляемая) ставка $s_{i\alpha}$ зарплаты. Разница между начисленной $s_{i\alpha} R_{i\alpha}$ и выплаченной зарплатой $\Phi_{i\alpha}^R$ накапливается в виде задолженности по зарплате $S_{i\alpha}^R$:

$$\frac{dS_{i\alpha}^R}{dt} = \Phi_{i\alpha}^R - s_{i\alpha} R_{i\alpha}.$$

Это – одна из составляющих кредиторской задолженности в балансе предприятий.

Фактически выплаченная зарплата складывается из минимально допустимых выплат $s_{i\alpha}^{\min} R_{i\alpha}$, которые рассчитываются по некоторой ставке $s_{i\alpha}^{\min}$, и доли $\alpha_{i\alpha}^R$ задолженности $S_{i\alpha}^R$:

$$\Phi_{i\alpha}^R = s_{i\alpha}^{\min} R_{i\alpha} + \alpha_{i\alpha}^R S_{i\alpha}^R. \quad (1.7)$$

Величины $s_{i\alpha}$, $s_{i\alpha}^{\min}$, $\alpha_{i\alpha}^R$ задаются сценарием. С фонда оплаты труда делаются отчисления в пенсионный фонд по нормативу n_2 . Предполагаем, что часть расходов на заработную плату покрывается за счет дотаций бюджета (см. разд. 9.2) и сравнительно дешевых кредитов сбербанка (см. разд. 8.2).

Когда производитель работает в смешанном режиме, что в среднем занимает долю $\tau_{i\alpha}$ рабочего времени, он получает и прибыль

$$\Pi_{i\alpha}^1 = -\Pi_{i\alpha}^0 + (1 - n_1) \left[(1 - a_{i\alpha}) q_i \tilde{Z}_{i\alpha} - \varphi_{i\alpha}(\tilde{Z}_{i\alpha}) - q_j \tilde{W}_{ji\alpha} - q_0 \tilde{W}_{0i\alpha} \right] \quad (1.8)$$

$$(i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B),$$

где $\Pi_{i\alpha}^1$ – прибыль в единицу времени подсекторов $i\alpha$ в смешанном режиме работы; $\varphi_{i\alpha}(\tilde{Z}_{i\alpha})$ – затраты в единицу времени подсекторов $i\alpha$ на реализацию товара через связанные с ними торгово-посреднические структуры; $a_{i\alpha}$ – нормативы теневой заработной платы на рубль продукции в подсекторах $i\alpha$ в коммерческом режиме работы.

Мы предполагаем, что в коммерческом режиме теневая заработная плата оформляется как производственные издержки и не облагается налогом на добавленную стоимость.

Функции затрат на реализацию товара через торгово-посреднические структуры определяются в гл. 7.

Убытки в традиционном режиме работы производитель покрывает за счет кредита, который выдает банк ФПГ:

$$K_{i\alpha} = \Pi_{i\alpha}^0 \quad (i = 1, 2; \alpha = A, B), \quad (1.9)$$

где $K_{i\alpha}$ – кредит, который банк α выдает в единицу времени подсекторам $i\alpha$, когда они не получают коммерческой прибыли.

Когда производитель получает коммерческую прибыль, он расплачивается за кредит с процентами. Дисциплина погашения кредита выражается равенством, из которого определяется средняя доля времени, в течение которого производитель распределяет коммерческую прибыль:

$$(\tau_{i\alpha} - \sigma_{i\alpha}) \Pi_{i\alpha}^1 = (1 - \tau_{i\alpha})(1 + r_{i\alpha}) K_{i\alpha}, \quad 0 \leq \sigma_{i\alpha} \leq \tau_{i\alpha} \quad (i = 1, 2; \alpha = A, B), \quad (1.10)$$

где $\sigma_{i\alpha}$ – средняя доля рабочего времени, когда подсекторы $i\alpha$ распределяют прибыль в своих интересах; $r_{i\alpha}$ – процент за кредит, который банк α устанавливает подсекторам $i\alpha$.

Кроме того, в прибыль производителя зачисляется сальдо продаж и покупок неплатежей по ставке θ_α , установленной банком α .

Таким образом, экономическое поведение подсекторов описывается решением задачи на максимум распределяемой прибыли

$$\Pi_{i\alpha} = \sigma_{i\alpha} \Pi_{i\alpha}^1 + \theta_\alpha [p_i \tilde{Y}_{i\alpha} - p_j \tilde{V}_{ji\alpha} - p_0 \tilde{V}_{0i\alpha}] \Rightarrow \max \quad (1.1\kappa)$$

при условиях

$$X_{i\alpha} = f_{i\alpha}(U_{ji\alpha}), Y_{i\alpha} = f_{i\alpha}(V_{ji\alpha}) \quad (i=1, 2; j=3-i; \alpha=A, B), \quad (1.1\lambda)$$

$$Y_{i\alpha} \geq \tilde{Y}_{i\alpha} \quad (i=1, 2; \alpha=A, B), \quad (1.1\mu)$$

$$V_{ji\alpha} \leq \tilde{V}_{ji\alpha} \quad (i=1, 2; j=3-i; \alpha=A, B), \quad (1.1\tau)$$

$$a_{0j} V_{ji\alpha} = \tilde{V}_{0i\alpha} \quad (i=1, 2; j=3-i; \alpha=A, B), \quad (1.1\upsilon)$$

$$\tau_{i\alpha} X_{i\alpha} + (1 - \tau_{i\alpha}) Y_{i\alpha} = \tau_{i\alpha} \tilde{Z}_{i\alpha} + \tilde{Y}_{i\alpha} \quad (i=1, 2; \alpha=A, B), \quad (1.1\sigma\tau)$$

$$\tau_{i\alpha} U_{ji\alpha} + (1 - \tau_{i\alpha}) V_{ji\alpha} = \tau_{i\alpha} \tilde{W}_{ji\alpha} + \tilde{V}_{ji\alpha} \quad (i=1, 2; j=3-i; \alpha=A, B), \quad (1.1\tau)$$

$$a_{0j} [\tau_{i\alpha} U_{ji\alpha} + (1 - \tau_{i\alpha}) V_{ji\alpha}] = \tau_{i\alpha} \tilde{W}_{0i\alpha} + \tilde{V}_{0i\alpha} \quad (i=1, 2; j=3-i; \alpha=A, B), \quad (1.1\eta)$$

$$\tilde{Z}_{i\alpha} \geq 0, U_{ji\alpha} \geq 0, V_{ji\alpha} \geq 0, \tilde{W}_{ji\alpha} \geq 0 \quad (i=1, 2; j=3-i; \alpha=A, B). \quad (1.1\upsilon)$$

Соотношения (1.1\upsilon), (1.1\eta) позволяют исключить переменные $\tilde{V}_{0i\alpha}, \tilde{W}_{0i\alpha}$, и функция Лагранжа, связанная с задачей максимизации, может быть преобразована к виду

$$\begin{aligned} \text{Lag}_{i\alpha} = & \tau_{i\alpha} (1 - n_1) \left[\left((1 - a_{i\alpha}) q_i - \frac{t_{i\alpha}}{1 - n_1} \right) \tilde{Z}_{i\alpha} - \varphi(\tilde{Z}_{i\alpha}) \right] + \\ & + [\tau_{i\alpha} t_{i\alpha} f_{i\alpha}(U_{ji\alpha}) - \tau_{i\alpha} (s_{ji\alpha} + a_{0j} (1 - n_1) q_0) U_{ji\alpha}] + \\ & + [((1 - \tau_{i\alpha}) t_{i\alpha} + \xi_{i\alpha}) f_{i\alpha}(V_{ji\alpha}) - ((1 - \tau_{i\alpha}) (s_{ji\alpha} + a_{0j} (1 - n_1) q_0) + \eta_{ji\alpha} + \\ & (1.1\zeta) \\ & + a_{0j} \{ [1 + (1 - \tau_{i\alpha}) r_{i\alpha}] (1 - n_1) (q_0 - p_0) + \theta_\alpha p_0 - (1 - n_1) q_0 \} V_{ji\alpha}] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \tilde{Y}_{i\alpha} \{ [1 + (1 - \tau_{i\alpha})r_{i\alpha}] (1 - n_1)(q_i - p_i) + \theta_{\alpha} p_i - t_{i\alpha} - \xi_{i\alpha} \} + \\
& + \tilde{V}_{ji\alpha} \{ -[1 + (1 - \tau_{i\alpha})r_{i\alpha}] (1 - n_1)(q_j - p_j) - \theta_{\alpha} p_j + s_{ji\alpha} + \eta_{ji\alpha} \} + \\
& + \tilde{W}_{ji\alpha} \{ -\tau_{i\alpha} (1 - n_1)q_j + \tau_{i\alpha} s_{ji\alpha} \} - [1 + (1 - \tau_{i\alpha})r_{i\alpha}] (1 + n_2) s_{i\alpha} R_{i\alpha} \\
& (i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B),
\end{aligned}$$

где $\xi_{i\alpha}$ – неотрицательная двойственная переменная к условию (1.1); $\eta_{ji\alpha}$ – неотрицательная двойственная переменная к условию (1.17); $t_{i\alpha}$ – двойственная переменная к условию (1.17); $s_{ji\alpha}$ – двойственная переменная к условию (1.17).

6.4. Анализ условий оптимальности и экономическое поведение производителя (подсектора)

Условия оптимальности допустимого решения рассматриваемой задачи оптимизации имеют вид

$$(Y_{i\alpha} - \tilde{Y}_{i\alpha}) \xi_{i\alpha} = 0 \quad (i = 1, 2; \alpha = A, B), \quad (1.2\kappa)$$

$$(V_{ji\alpha} - \tilde{V}_{ji\alpha}) \eta_{ji\alpha} = 0 \quad (i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B), \quad (1.2\lambda)$$

$$\tilde{W}_{ji\alpha} \{ -(1 - n_1)q_j + s_{ji\alpha} \} = 0, \quad (1.2\mu)$$

$$(1 - n_1)q_j \geq s_{ji\alpha}, \quad (1.2\nu)$$

$$[1 + (1 - \tau_{i\alpha})r_{i\alpha}] (1 - n_1)(q_i - p_i) + \theta_{\alpha} p_i = t_{i\alpha} + \xi_{i\alpha}, \quad (1.2\eta)$$

$$[1 + (1 - \tau_{i\alpha})r_{i\alpha}] (1 - n_1)(q_j - p_j) + \theta_{\alpha} p_j = s_{ji\alpha} + \eta_{ji\alpha}, \quad (1.2\theta)$$

$$[((1 - a_{i\alpha})q_i - \frac{t_{i\alpha}}{1 - n_1}) \tilde{Z}_{i\alpha} - \varphi(\tilde{Z}_{i\alpha})] \Rightarrow \max_{\tilde{Z}_{i\alpha}}, \quad (1.2\tau)$$

$$[t_{i\alpha} f_{i\alpha}(U_{ji\alpha}) - (s_{ji\alpha} + a_{0j}(1 - n_1)q_0) U_{ji\alpha}] \Rightarrow \max_{U_{ji\alpha}}, \quad (1.2\pi)$$

$$[((1 - \tau_{i\alpha})t_{i\alpha} + \xi_{i\alpha}) f_{i\alpha}(V_{ji\alpha}) - ((1 - \tau_{i\alpha})(s_{ji\alpha} + a_{0j}(1 - n_1)q_0) + \eta_{ji\alpha} +$$

$$(1.2\upsilon) \\ + a_{0j} \{ [1 + (1 - \tau_{i\alpha})r_{i\alpha}] (1 - n_1)(q_0 - p_0) + \theta_{\alpha} p_0 - (1 - n_1)q_0 \}) V_{ji\alpha}] \Rightarrow \max_{V_{ji\alpha}}$$

$$(i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B).$$

Введем обозначения:

$$\varepsilon_{ji\alpha} = [1 + (1 - \tau_{i\alpha})r_{i\alpha}](1 - n_1)(q_j - p_j) + \theta_{\alpha}p_j \quad (i = 1, 2; j = 1, 2; \alpha = A, B), \quad (1.7)$$

$$\bar{\theta}_{ji\alpha} = (1 - n_1)[1 - (1 - \tau_{i\alpha})r_{i\alpha} \frac{q_j - p_j}{p_j}] \quad (i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B), \quad (\text{Ошибка! Источник ссылки не найден ..х})$$

$$\bar{\theta}_{0i\alpha} = (1 - n_1)[1 - (1 - \tau_{i\alpha})r_{i\alpha} \frac{q_0 - p_0}{p_0}] \quad (i = 1, 2; \alpha = A, B). \quad (\text{Ошибка! Источник ссылки не найден ..г})$$

Параметры $\varepsilon_{ji\alpha}$, $\bar{\theta}_{ji\alpha}$ и $\bar{\theta}_{0i\alpha}$ имеют ясный экономический смысл. Величина $\varepsilon_{ji\alpha}$ состоит из суммы издержек на единицу j -го местного сырья с учетом выплат процентов за кредит и НДС, которые производитель $i\alpha$ оплачивает "живыми" деньгами, и неплатежей, оцененных по ставке, установленной банком ФПГ α . Это – суммарные издержки производителя $i\alpha$ на единицу j -го местного сырья. Величина $\bar{\theta}_{ji\alpha}$ – относительная разность неплатежей и выплат процентов за кредит на единицу j -го местного сырья для производителя $i\alpha$ (с учетом выплаты НДС), т.е. внутренняя оценка производителем $i\alpha$ неплатежей за единицу j -го местного сырья. Аналогично величину $\bar{\theta}_{0i\alpha}$ можно интерпретировать как внутреннюю оценку производителем $i\alpha$ неплатежей за единицу ввозного сырья.

Из условий оптимальности (1.7) и (1.8) можно выразить переменные $\xi_{i\alpha}$ и $\eta_{ji\alpha}$ через параметры $\varepsilon_{ii\alpha}$ и $\varepsilon_{ji\alpha}$:

$$\xi_{i\alpha} = \varepsilon_{ii\alpha} - t_{i\alpha}, \quad \eta_{ji\alpha} = \varepsilon_{ji\alpha} - s_{ji\alpha}.$$

При этом из условий неотрицательности этих переменных выводим, что

$$\varepsilon_{ii\alpha} \geq t_{i\alpha}, \quad \varepsilon_{ji\alpha} \geq s_{ji\alpha}. \quad (1.7\kappa)$$

Последнее неравенство вместе с условием оптимальности (1.8) гласит:

$$\min(\varepsilon_{ji\alpha}, (1 - n_1)q_j) \geq s_{ji\alpha}. \quad (\text{Ошибка! Источник ссылки не найден ..г})$$

Условия дополняющей нежесткости (1.8) и (1.8) теперь принимают вид

$$(Y_{i\alpha} - \tilde{Y}_{i\alpha})(\varepsilon_{ii\alpha} - t_{i\alpha}) = 0 \quad (i = 1, 2; \alpha = A, B), \quad (\text{Ошибка! Источник ссылки не найден ..т})$$

$(V_{ji\alpha} - \tilde{V}_{ji\alpha})(\varepsilon_{ji\alpha} - s_{ji\alpha}) = 0 \quad (i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B),$ **(Ошибка! Источник ссылки не найден ..n)**

а задача максимизации (1.50) преобразуется к виду:

$$(\varepsilon_{ii\alpha} - \tau_{i\alpha} t_{i\alpha})f_{i\alpha}(V_{ji\alpha}) - (\varepsilon_{ji\alpha} - \tau_{i\alpha} a_{0j}(1 - n_1)q_0 - \tau_{i\alpha} s_{ji\alpha} +$$

(Ошибка! Источник ссылки не найден ..1)

$$+ a_{0j} \{ [1 + (1 - \tau_{i\alpha})r_{i\alpha}](1 - n_1)(q_0 - p_0) + \theta_{\alpha} p_0 \}) V_{ji\alpha} \Rightarrow \max_{V_{ji\alpha}}.$$

Выписанные условия оптимальности дают возможность проанализировать рациональные варианты хозяйственной деятельности производителей. Производители принимают решения, сколько производить в традиционном и смешанном режимах работы, по каким каналам приобретать сырье на внутреннем и внешнем рынках и по каким каналам реализовывать произведенную продукцию. Сначала проанализируем, по каким каналам производители приобретают сырье на внутреннем рынке. Заметим, что неравенство $\varepsilon_{ji\alpha} > (1 - n_1)q_j$ эквивалентно неравенству $\theta_{\alpha} > \bar{\theta}_{ji\alpha}$. Это значит, что банк α оценивает неплатежи по поставкам j -го местного сырья выше, чем оценивает их производитель $i\alpha$, если издержки производителя $i\alpha$ на единицу j -го местного сырья по традиционному каналу $\varepsilon_{ji\alpha}$ больше его издержек на единицу этого сырья по коммерческому каналу $(1 - n_1)q_j$ и наоборот.

Из неравенства $\varepsilon_{ji\alpha} > (1 - n_1)q_j$ следует, что $\varepsilon_{ji\alpha} > s_{ji\alpha}$, тогда из условия дополняющей нежесткости **(Ошибка! Источник ссылки не найден ..n)** находим, что $\tilde{V}_{ji\alpha} = V_{ji\alpha}$. Из последнего равенства и баланса (1.7) находим, что $\tilde{W}_{ji\alpha} = U_{ji\alpha} - V_{ji\alpha}$. Таким образом, если

$$\varepsilon_{ji\alpha} > (1 - n_1)q_j, \quad (1.7b)$$

то

$$\theta_{\alpha} > \bar{\theta}_{ji\alpha}, \quad \tilde{V}_{ji\alpha} = V_{ji\alpha}, \quad \tilde{W}_{ji\alpha} = U_{ji\alpha} - V_{ji\alpha}.$$

Эти условия интерпретируются естественным образом. Если материальные издержки производителя по традиционному каналу больше, чем по коммерческому каналу, то его оценка неплатежей ниже, чем оценка банка, и производителю невыгодно наращивать пассивные неплатежи. Соответственно он приобретает по традиционному каналу ровно столько сырья, сколько необходимо для работы в традиционном режиме. Дополнительное сырье для работы в коммерческом режиме производитель приобретает по коммерческому каналу.

Далее из неравенства $\varepsilon_{ji\alpha} < (1 - n_1)q_j$ следует, что и $\varepsilon_{j\alpha} < (1 - n_1)q_j$, а последнее вместе с условием дополняющей нежесткости (1.5л) дает $\tilde{W}_{ji\alpha} = 0$. Тогда условие (1.7) дает $\tilde{V}_{ji\alpha} = V_{ji\alpha} + \tau_{i\alpha}(U_{ji\alpha} - V_{ji\alpha})$. Таким образом, если

$$\varepsilon_{ji\alpha} < (1 - n_1)q_j, \quad (1.7\lambda)$$

то

$$\theta_\alpha < \bar{\theta}_{ji\alpha}, \quad \tilde{W}_{ji\alpha} = 0, \quad \tilde{V}_{ji\alpha} = V_{ji\alpha} + \tau_{i\alpha}(U_{ji\alpha} - V_{ji\alpha}).$$

В данном случае материальные издержки производителя по традиционному каналу меньше издержек по коммерческому каналу. Поскольку его внутренняя оценка неплатежей выше, чем ставка, установленная банком ФПГ, производителю выгодно растить пассивные неплатежи. Соответственно производитель все сырье приобретает только по традиционному каналу, "расплачиваясь" за него неплатежами. Часть сырья затрачивается на производство в традиционном режиме, а остальное – для производства в коммерческом режиме.

В вырожденном случае

$$\varepsilon_{ji\alpha} = (1 - n_1)q_j \quad (1.7\tau)$$

мы имеем $\theta_\alpha = \bar{\theta}_{ji\alpha}$, но $\tilde{V}_{ji\alpha}$ не определено и удовлетворяет неравенству

$$V_{ji\alpha} + \tau_{i\alpha}(U_{ji\alpha} - V_{ji\alpha}) \geq \tilde{V}_{ji\alpha} \geq V_{ji\alpha},$$

а

$$\tilde{W}_{ji\alpha} = \frac{1}{\tau_{i\alpha}} \{ \tau_{i\alpha} U_{ji\alpha} + (1 - \tau_{i\alpha}) V_{ji\alpha} - \tilde{V}_{ji\alpha} \}.$$

Теперь проанализируем рациональное поведение производителя на внешнем рынке сырья. Оказывается, что с этим связано и регулирование производства в традиционном и смешанном режимах работы. Обозначим

$$\bar{q}_j = q_j + a_{0j}q_0 \quad (j = 1, 2) \quad (1.7\eta)$$

стоимость единичного комплекта j -го местного и ввозного сырья, а

$$\bar{p}_j = p_j + a_{0j}p_0 \quad (j = 1, 2) \quad (1.7\iota)$$

неплатежи при поставке единичного комплекта j -го местного и ввозного сырья³. Тогда величину

$$\bar{\varepsilon}_{ji\alpha} = [1 + (1 - \tau_{i\alpha})r_{i\alpha}](1 - n_1)(\bar{q}_j - \bar{p}_j) + \theta_{\alpha}\bar{p}_j \quad (i = 1, 2; j = 1, 2; \alpha = A, B) \quad (1.7\tau)$$

можно считать полными материальными затратами производителя $i\alpha$ на единственный комплект j -го местного и ввозного сырья по традиционному каналу, а величину

$$\tilde{\theta}_{ji\alpha} = (1 - n_1) \left[1 - (1 - \tau_{i\alpha})r_{i\alpha} \frac{\bar{q}_j - \bar{p}_j}{\bar{p}_j} \right] \quad (i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B) -$$

интерпретировать как внутреннюю оценку производителем $i\alpha$ платежей за единственный комплект j -го местного и ввозного сырья. Кроме того, введем обозначение

$$\hat{q}_{ji\alpha} = \min \left\{ \bar{q}_j, \frac{\varepsilon_{ji\alpha}}{1 - n_1} + a_{0j}q_0 \right\},$$

$$\tilde{\varepsilon}_{ji\alpha} = \bar{\varepsilon}_{ji\alpha} \min \left\{ 1, (1 - n_1) \frac{(1 - a_{i\alpha})q_i - \frac{d\varphi_{i\alpha}(0)}{dZ_{i\alpha}}}{\varepsilon_{ii\alpha}} \right\}$$

($i = 1, 2; j = 1, 2; \alpha = A, B$).

Заметим, что из (1.01) и (1.1п) следует, что

$$a_{0j}(U_{ji\alpha} - V_{ji\alpha}) = \tilde{W}_{0i\alpha} \quad (i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B).$$

Таким образом, увеличение выпуска продукции в смешанном режиме работы по сравнению с выпуском в традиционном режиме работы ($f_{i\alpha}(U_{ji\alpha}) > f_{i\alpha}(V_{ji\alpha})$) вызывает импорт сырья по коммерческому каналу. В общем случае $U_{ji\alpha} \geq V_{ji\alpha}$, что следует из условий (1.1т), (1.0т). Переменные $U_{ji\alpha}, V_{ji\alpha}$ определяются из необходимых условий экстремума в задачах (1.3п) и (Ошибка! Источник ссылки не найден ..). В силу вогнутости функции $f_{i\alpha}(\cdot)$ неравенство $U_{ji\alpha} > V_{ji\alpha}$ эквивалентно неравенству

³ Единичный комплект состоит из единицы j -го местного и a_{0j} единиц ввозного сырья.

$$\frac{(1-n_1)a_{0j}q_0 + s_{ji\alpha}}{t_{i\alpha}} < \frac{\bar{\varepsilon}_{ji\alpha} - \tau_{i\alpha}[(1-n_1)a_{0j}q_0 + s_{ji\alpha}]}{\xi_{i\alpha} + (1-\tau_{i\alpha})t_{i\alpha}},$$

которое в свою очередь эквивалентно неравенству

$$\frac{(1-n_1)a_{0j}q_0 + s_{ji\alpha}}{\bar{\varepsilon}_{ji\alpha}} < \frac{t_{i\alpha}}{\varepsilon_{ii\alpha}}.$$

Равенство $U_{ji\alpha} = V_{ji\alpha}$ эквивалентно равенству

$$t_{i\alpha} = \frac{(1-n_1)a_{0j}q_0 + s_{ji\alpha}}{\bar{\varepsilon}_{ji\alpha}} \varepsilon_{ii\alpha},$$

а общее значение $U_{ji\alpha}, V_{ji\alpha}$ находится из необходимого условия экстремума, которое в данном случае дает уравнение

$$\frac{df_{i\alpha}(U_{ji\alpha})}{dU_{ji\alpha}} = \frac{\bar{\varepsilon}_{ji\alpha}}{\varepsilon_{ii\alpha}}.$$

Поскольку $\varepsilon_{ii\alpha} \geq t_{i\alpha}$, равенство $U_{ji\alpha} = V_{ji\alpha}$ возможно лишь при условии, что $\bar{\varepsilon}_{ji\alpha} - (1-n_1)a_{0j}q_0 \geq s_{ji\alpha}$. Кроме того, из баланса (1.7), условий дополняющей жесткости (1.8) и **(Ошибка! Источник ссылки не найден..н)** следует, что $U_{ji\alpha} = V_{ji\alpha}$, если $\min(\varepsilon_{ji\alpha}, (1-n_1)q_j) > s_{ji\alpha}$.

Таким образом, в смешанном режиме производитель может выпускать больше продукта, чем в традиционном режиме, или выпускать столько же, сколько в традиционном режиме, но часть продукции, произведенной в традиционном режиме, вообще говоря, реализовать по коммерческому каналу. Рассмотрим каждый из этих случаев отдельно.

Если $U_{ji\alpha} > V_{ji\alpha}$, то $s_{ji\alpha} = \min(\varepsilon_{ji\alpha}, (1-n_1)q_j)$ и, следовательно,

$$\min(\varepsilon_{ji\alpha}, (1-n_1)q_j) < \frac{t_{i\alpha}}{\varepsilon_{ii\alpha}} \bar{\varepsilon}_{ji\alpha} - (1-n_1)a_{0j}q_0 \leq \bar{\varepsilon}_{ji\alpha} - (1-n_1)a_{0j}q_0. \quad (1.7n)$$

Кроме того, в данном случае $\tilde{Z}_{i\alpha} > 0$. Величина $\tilde{Z}_{i\alpha}$ определяется из необходимого условия экстремума в задаче (1.8). Из этого условия легко вывести неравенство, выполнения которого достаточно, чтобы было выполнено условие $\tilde{Z}_{i\alpha} > 0$:

$$\frac{d\varphi_{i\alpha}(0)}{d\tilde{Z}_{i\alpha}} < (1-a_{i\alpha})q_i - \frac{t_{i\alpha}}{1-n_1}.$$

Отсюда можно получить оценку сверху на $t_{i\alpha}$ и использовать ее для того, чтобы получить неравенства

$$M_S(i, W) \quad (1.70)$$

S

Из неравенств (1.7п), (1.70) выводим условие, необходимое, чтобы в смешанном режиме производитель выпускал больше продукта, чем в традиционном:

$$S^{\wedge} \quad (1.н)$$

Если $U_{ji\alpha} = V_{ji\alpha}$ и $Y_{i\alpha} > \tilde{Y}_{i\alpha}$, то в силу условия дополняющей нежесткости (**Ошибка! Источник ссылки не найден ..т**) $t_{i\alpha} = \varepsilon_{ii\alpha}$ и, следовательно, $s_{ji\alpha} = \bar{\varepsilon}_{ji\alpha} - (1 - n_1)a_{0j}q_0$. Этот случай возможен, если

$$\min(\varepsilon_{ji\alpha}, (1 - n_1)q_j) \geq \bar{\varepsilon}_{ji\alpha} - (1 - n_1)a_{0j}q_0 \geq \tilde{\varepsilon}_{ji\alpha} - (1 - n_1)a_{0j}q_0.$$

Если $U_{ji\alpha} = V_{ji\alpha}$ и $Y_{i\alpha} = \tilde{Y}_{i\alpha}$, то в силу баланса (1.0т) $\tilde{Z}_{i\alpha} = 0$. Чтобы выполнялось последнее равенство необходимо и достаточно, чтобы

$$\frac{d\varphi_{i\alpha}(0)}{d\tilde{Z}_{i\alpha}} \geq (1 - a_{i\alpha})q_i - \frac{t_{i\alpha}}{1 - n_1}. \quad (1.н\kappa)$$

В данном случае $t_{i\alpha} = \frac{(1 - n_1)a_{0j}q_0 + s_{ji\alpha}}{\bar{\varepsilon}_{ji\alpha}} \varepsilon_{ii\alpha}$. Подставляя это выражение в (1.н\kappa), получаем

$$s_{ji\alpha} \geq (1 - n_1) \left[\frac{\bar{\varepsilon}_{ji\alpha}}{\varepsilon_{ii\alpha}} \left((1 - a_{i\alpha})q_i - \frac{d\varphi_{i\alpha}(0)}{d\tilde{Z}_{i\alpha}} \right) - a_{0j}q_0 \right] \geq \tilde{\varepsilon}_{ji\alpha} - (1 - n_1)a_{0j}q_0. \quad (\text{Ошибка!})$$

Источник ссылки не найден ..т

Поскольку $\min(\varepsilon_{ji\alpha}, (1 - n_1)q_j) \geq s_{ji\alpha}$, из неравенства (**Ошибка! Источник ссылки не найден ..т**) получаем неравенство

$U_n = V \left[U_{n-1} \right]$, (Ошибка! Источник ссылки не найден ..n)

Наконец, заметим, что если $U_{ji\alpha} = V_{ji\alpha}$, то из баланса (1.7) и неравенств (1.7) и (1.8) следует, что $\tilde{W}_{ji\alpha} = 0$ и $\tilde{V}_{ji\alpha} = V_{ji\alpha}$.

Таким образом, если выполнено условие (1.9), в смешанном режиме производитель производит больше, чем в традиционном режиме, и для этого закупает по коммерческому каналу сырье на внешнем рынке. Если выполнено противоположное условие (Ошибка! Источник ссылки не найден ..n), в смешанном режиме производитель производит столько же, сколько в традиционном режиме, и приобретает сырье только по традиционному каналу.

Рассмотрим сначала первую ситуацию, когда выполняется условие (1.9). Выпуски продукта задаются производственной функцией в зависимости от затрат сырья. Относительные затраты выражаются через двойственные переменные формулами

$$u_{ji\alpha} = \max \left(1 - \left(\frac{\lambda_{i\alpha}^f}{2} \right) \frac{(1 - n_1) \hat{q}_{ji\alpha}}{t_{i\alpha}}, 0 \right),$$

$$v_{ji\alpha} = \max \left(1 - \left(\frac{\lambda_{i\alpha}^f}{2} \right) \frac{\bar{\varepsilon}_{ji\alpha} - \tau_{i\alpha} (1 - n_1) \hat{q}_{ji\alpha}}{\varepsilon_{ii\alpha} - \tau_{i\alpha} t_{i\alpha}}, 0 \right).$$

Эти выражения через производственную функцию определяют значения переменных $X_{i\alpha}$ и $Y_{i\alpha}$ как функции двойственной переменной $t_{i\alpha}$.

Если $t_{i\alpha} < \varepsilon_{ii\alpha}$, то

$$X_{i\alpha} \geq Y_{i\alpha} = \bar{Y}_{i\alpha}, \tilde{Z}_{i\alpha} = X_{i\alpha} - Y_{i\alpha}, \quad (i = 1, 2; \alpha = A, B). \quad (1.10)$$

Продажа продукта подсектором $i\alpha$ на рынке определяется из необходимого условия экстремума

$$\frac{d\varphi_{i\alpha}(\tilde{Z}_{i\alpha})}{d\tilde{Z}_{i\alpha}} = (1 - a_{i\alpha})q_i - \frac{t_{i\alpha}}{1 - n_1} \quad (i = 1, 2; \alpha = A, B) \quad (1.11)$$

при условии, что $\frac{d\varphi_{i\alpha}(0)}{d\tilde{Z}_{i\alpha}} < (1 - a_{i\alpha})q_i - \frac{t_{i\alpha}}{1 - n_1} < \frac{d\varphi_{i\alpha}(\infty)}{d\tilde{Z}_{i\alpha}}$.

В противном случае, если $\frac{d\varphi_{i\alpha}(0)}{d\tilde{Z}_{i\alpha}} \geq (1 - a_{i\alpha})q_i - \frac{t_{i\alpha}}{1 - n_1}$, то $\tilde{Z}_{i\alpha} = 0$. Если же

$$(1 - a_{i\alpha})q_i - \frac{t_{i\alpha}}{1 - n_1} \geq \frac{d\varphi_{i\alpha}(\infty)}{d\tilde{Z}_{i\alpha}}, \quad (1.нТ)$$

то $\tilde{Z}_{i\alpha} = \infty$. Из уравнения (1.нл) переменная $\tilde{Z}_{i\alpha}$ определяется как функция от двойственной переменной $t_{i\alpha}$. При функции затрат $\varphi_{i\alpha}(\tilde{Z}_{i\alpha})$, определенной в разд. 7.1, выражение для продаж товара на рынке через двойственную переменную $t_{i\alpha}$, норму процента за коммерческий кредит $r_{i\alpha}^T$ и параметры $\tilde{M}_{i\alpha}$, $C_{i\alpha}$, $a_{i\alpha}^T$, $b_{i\alpha}^T$ функции затрат $\varphi_{i\alpha}(\tilde{Z}_{i\alpha})$ имеет вид

$$\tilde{Z}_{i\alpha} = a_{i\alpha}^T C_{i\alpha} \left[\frac{1 - \sqrt{\frac{[1 + r_{i\alpha}^T (1 - \tau_{i\alpha})] \tilde{M}_{i\alpha}}{\tau_{i\alpha} q_i C_{i\alpha}}}}{\sqrt{a_{i\alpha}^T (a_{i\alpha} - b_{i\alpha}^T + \frac{t_{i\alpha}}{(1 - n_1) q_i})}} - 1 \right]_+ \quad (i = 1, 2; \alpha = A, B).$$

Функция $\tilde{Z}_{i\alpha}(t_{i\alpha})$ является монотонно невозрастающей, функция $X_{i\alpha}(t_{i\alpha})$ – монотонно неубывающей. В рассматриваемой ситуации, когда выполнено условие (1.н), справедливы неравенства $\bar{\varepsilon}_{ji\alpha} \geq \varepsilon_{ji\alpha} > (1 - n_1) \hat{q}_{ji\alpha} > \tau_{i\alpha} (1 - n_1) \hat{q}_{ji\alpha}$, следовательно, функция $Y_{i\alpha}(t_{i\alpha})$ является монотонно невозрастающей. Таким образом, функция $X_{i\alpha}(t_{i\alpha}) - Y_{i\alpha}(t_{i\alpha}) - \tilde{Z}_{i\alpha}(t_{i\alpha})$ является монотонно неубывающей. Кроме того, $X_{i\alpha}(0) = 0$, и, следовательно, выполняется неравенство $X_{i\alpha}(0) - Y_{i\alpha}(0) - \tilde{Z}_{i\alpha}(0) \leq 0$. Если $X_{i\alpha}(\varepsilon_{ii\alpha}) - Y_{i\alpha}(\varepsilon_{ii\alpha}) - \tilde{Z}_{i\alpha}(\varepsilon_{ii\alpha}) > 0$, то уравнение $X_{i\alpha}(t_{i\alpha}) - Y_{i\alpha}(t_{i\alpha}) - \tilde{Z}_{i\alpha}(t_{i\alpha}) = 0$ имеет единственное решение $t_{i\alpha}$, удовлетворяющее условию $0 \leq t_{i\alpha} \leq \varepsilon_{ii\alpha}$. В этом случае $X_{i\alpha} = X_{i\alpha}(t_{i\alpha})$, $Y_{i\alpha} = Y_{i\alpha}(t_{i\alpha})$, $\tilde{Z}_{i\alpha} = \tilde{Z}_{i\alpha}(t_{i\alpha})$, $\tilde{Y}_{i\alpha} = Y_{i\alpha}$.

Если $X_{i\alpha}(\varepsilon_{ii\alpha}) - Y_{i\alpha}(\varepsilon_{ii\alpha}) - \tilde{Z}_{i\alpha}(\varepsilon_{ii\alpha}) \leq 0$, то $t_{i\alpha} = \varepsilon_{ii\alpha}$, $X_{i\alpha} = X_{i\alpha}(t_{i\alpha})$, $Y_{i\alpha} = Y_{i\alpha}(t_{i\alpha})$, $\tilde{Z}_{i\alpha} = \tilde{Z}_{i\alpha}(t_{i\alpha})$, $\tilde{Y}_{i\alpha} = Y_{i\alpha}$, $\tilde{Y}_{i\alpha} = Y_{i\alpha}(t_{i\alpha}) + \tau_{i\alpha} (X_{i\alpha}(t_{i\alpha}) - Y_{i\alpha}(t_{i\alpha}) - \tilde{Z}_{i\alpha}(t_{i\alpha}))$.

Рассмотрим теперь вторую ситуацию, когда выполняется условие (Ошибка! Источник ссылки не найден ..). В этом случае

$$u_{ji\alpha} = v_{ji\alpha} = 1 - \left(\frac{\lambda_{i\alpha}^f}{2} \right) \frac{\bar{\varepsilon}_{ji\alpha}}{\varepsilon_{ii\alpha}}.$$

Это выражение через производственную функцию определяет значения переменных $X_{i\alpha}$ и $Y_{i\alpha}$. В данном случае $X_{i\alpha} = Y_{i\alpha}$, но производитель может, вообще говоря, поставлять по традиционным связям только часть продукта, произведенного в традиционном режиме работы, а остальное продавать по рыночным ценам. Если $\tilde{Z}_{i\alpha} > 0$, то в силу баланса (1.от) выполняется неравен-

ство $Y_{i\alpha} > \tilde{Y}_{i\alpha}$ и, значит, в силу условия дополняющей нежесткости (**Ошибка! Источник ссылки не найден ..т**) $t_{i\alpha} = \varepsilon_{ii\alpha}$. Следовательно, при условии

$$\frac{d\varphi_{i\alpha}(0)}{dZ_{i\alpha}} < (1 - a_{i\alpha})q_i - \frac{\varepsilon_{ii\alpha}}{1 - n_1} \quad (\text{Ошибка! Источник ссылки не найден ..у})$$

продажа продукта подсектором $i\alpha$ на рынке определяется из условия

$$\frac{d\varphi_{i\alpha}(Z_{i\alpha})}{dZ_{i\alpha}} = (1 - a_{i\alpha})q_i - \frac{\varepsilon_{ii\alpha}}{1 - n_1},$$

а объем реализации продукции по традиционному каналу определяется выражением $\tilde{Y}_{i\alpha} = Y_{i\alpha} - \tau_{i\alpha} Z_{i\alpha}$.

Если выполнено противоположное к условию (**Ошибка! Источник ссылки не найден ..у**) условие

$$\frac{d\varphi_{i\alpha}(0)}{dZ_{i\alpha}} \geq (1 - a_{i\alpha})q_i - \frac{\varepsilon_{ii\alpha}}{1 - n_1}, \quad (1.11\eta)$$

то $Z_{i\alpha} = 0$ и $Y_{i\alpha} = \tilde{Y}_{i\alpha}$.

Таким образом, все величины $u_{ji\alpha}, v_{ji\alpha}, U_{ji\alpha}, V_{ji\alpha}, U_{0i\alpha}, V_{0i\alpha}, X_{i\alpha}, Y_{i\alpha}, Z_{i\alpha}, \tilde{Y}_{i\alpha}, \tilde{W}_{ji\alpha}, \tilde{V}_{ji\alpha}, \tilde{W}_{0i\alpha}, \tilde{V}_{0i\alpha}, K_{i\alpha}$ выражаются через цены q_i, p_i, q_0, p_0 , нормы процентов $r_{i\alpha}$ и оценку неплатежей $\theta_{i\alpha}$ по приведенным выше формулам. В заключение обратим внимание на условия существования решения рассмотренной задачи оптимизации (1.1'к) – (1.1'у). Из анализа необходимых и достаточных условий оптимальности следует, что условие существования решения имеет вид

$$\frac{d\varphi_{i\alpha}(\infty)}{dZ_{i\alpha}} > (1 - a_{i\alpha})q_i - \frac{\varepsilon_{ii\alpha}}{1 - n_1}. \quad (1.11\text{и})$$

Если функцию затрат $\varphi_{i\alpha}(Z_{i\alpha})$ взять в том виде, который дан в гл. 7, то

$$\frac{d\varphi_{i\alpha}(\infty)}{dZ_{i\alpha}} = q_i(1 - b_{i\alpha}^T).$$

Подставляя это выражение и выражение (1.7) для $\varepsilon_{ii\alpha}$ в (1.11и) получаем условие существования решения задачи оптимизации

$$\theta_{\alpha} > (1 - n_1) \left[\frac{q_i}{p_i} (b_{i\alpha}^T - a_{i\alpha}) - (1 + (1 - \tau_{i\alpha}) r_{i\alpha}) \left(\frac{q_i}{p_i} - 1 \right) \right]. \quad (1.17)$$

Если условие (1.17) нарушится, то производителю станет выгодным не продавать, а покупать по традиционному каналу свою продукцию и перепродавать ее по коммерческому каналу. Такое поведение приводит к разрушению системы отношений, описанных моделью.

6.5. Уравнения материальных и финансовых балансов производителей

Материальные балансы подсекторов были выписаны выше, когда рассматривались связи подсекторов с поставщиками и потребителями. Они имеют вид

$$Y_{i\alpha} \geq \tilde{Y}_{i\alpha} \quad (i = 1, 2; \alpha = A, B),$$

$$V_{ji\alpha} \leq \tilde{V}_{ji\alpha} \quad (i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B),$$

$$a_{0j} V_{ji\alpha} = \tilde{V}_{0i\alpha} \quad (i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B),$$

$$\tau_{i\alpha} X_{i\alpha} + (1 - \tau_{i\alpha}) Y_{i\alpha} = \tau_{i\alpha} \tilde{Z}_{i\alpha} + \tilde{Y}_{i\alpha} \quad (i = 1, 2; \alpha = A, B),$$

$$\tau_{i\alpha} U_{ji\alpha} + (1 - \tau_{i\alpha}) V_{ji\alpha} = \tau_{i\alpha} \tilde{W}_{ji\alpha} + \tilde{V}_{ji\alpha} \quad (i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B),$$

$$a_{0j} [\tau_{i\alpha} U_{ji\alpha} + (1 - \tau_{i\alpha}) V_{ji\alpha}] = \tau_{i\alpha} \tilde{W}_{0i\alpha} + \tilde{V}_{0i\alpha}$$

$$(i = 1, 2; j = 3 - i; \alpha = A, B).$$

Принятая форма балансовых уравнений выражает предположение, что в среднем запасы продуктов в подсекторах не накапливаются. Естественно считать, что запасы не накапливаются и при распределении продуктов, произведенных секторами.

Материальные балансы производства и распределения продукта, выпускаемого сектором 1, в коммерческом и традиционном режимах работы:

$$\tau_{1A} \tilde{Z}_{1A} + \tau_{1B} \tilde{Z}_{1B} = \tau_{2A} \tilde{W}_{12A} + \tau_{2B} \tilde{W}_{12B} + \tilde{E}_1,$$

$$\tilde{Y}_{1A} + \tilde{Y}_{1B} = G_1 + \tilde{V}_{12A} + \tilde{V}_{12B},$$

где \tilde{E}_1^1 – вывоз продукта из региона по коммерческим связям, G_1 – поставки продукта по традиционным связям в другие регионы. Первое из уравнений определяет величину \tilde{E}_1^1 , а второе – величину G_1 .

Материальные балансы распределения продукта, выпускаемого сектором 2, в коммерческом и традиционном режимах работы:

$$I_2^1 + \tau_{2A} \tilde{Z}_{2A} + \tau_{2B} \tilde{Z}_{2B} = \tau_{1A} \tilde{W}_{21A} + \tau_{1B} \tilde{W}_{21B} + C_2 + G_2^M,$$

$$I_2^0 + \tilde{Y}_{2A} + \tilde{Y}_{2B} = \tilde{V}_{21A} + \tilde{V}_{21B} + G_2,$$

где I_2^1 , I_2^0 – ввоз продукта в регион соответственно по коммерческим и традиционным связям, C_2 – потребление продукта населением, G_2 – заказ региональной администрации на продукт сектора 2 по традиционным связям, G_2^M – заказ региональной администрации на продукт сектора 2 по рыночным связям. Первое из этих уравнений определяет разность $I_2^1 - G_2^M$, а второе – разность $I_2^0 - G_2$.

Материальные балансы производства и распределения ввозимого продукта в коммерческом и традиционном режимах работы

$$I_0^1 = \tau_{1A} \tilde{W}_{01A} + \tau_{1B} \tilde{W}_{01B} + \tau_{2A} \tilde{W}_{02A} + \tau_{2B} \tilde{W}_{02B},$$

$$I_0^0 = \tilde{V}_{01A} + \tilde{V}_{01B} + \tilde{V}_{02A} + \tilde{V}_{02B},$$

где I_0^0 – ввоз продукта по традиционным связям, I_0^1 – ввоз продукта по коммерческим связям, определяют спрос региона на ввозимый продукт по коммерческим и традиционным связям.

Финансовые балансы подсекторов описывают случайные процессы поступления и расходования средств. Остатки счетов подсекторов (как и других экономических агентов) мы описываем как их средние значения, полагая при этом, что средние случайных величин изменяются медленно, так что при их вычислении в нулевом приближении можно пренебречь средними значениями их производных.

На расчетные счета подсекторов средства поступают только в те моменты времени коммерческого режима работы, когда полностью ликвидирована их задолженность за кредит. В эти моменты времени выплачивается налог с прибыли и остаток прибыли распределяется в интересах менеджеров (администрации предприятий, которая входит в руководство финансово-промышленной группы). Часть прибыли инвестируется, а остальная часть поступает в доходы менеджеров. Не имея хорошей информации о распределении прибыли, мы пока условно всю ее зачисляем в доходы менеджеров. В среднем доходы менеджеров

$$\Pi_{i\alpha}^{\Phi} = (1 - n_3) \sigma_{i\alpha} \Pi_{i\alpha}^1,$$

где n_3 – ставка налога на прибыль.

Будем считать, что операционный остаток счета, необходимый, чтобы в среднем регулярно производить платежи для поддержания производства, пропорционален среднему потоку платежей

$$\tau_{i\alpha} \tilde{E}_{i\alpha}^1 + (1 - \tau_{i\alpha}) \tilde{E}_{i\alpha}^0,$$

где

$$\tilde{E}_{i\alpha}^0 = (q_j - p_j) \tilde{V}_{ji\alpha} + (q_0 - p_0) \tilde{V}_{0i\alpha} + (1 + n_2) \Phi_{i\alpha}^R + \theta_{\alpha} (p_i \tilde{Y}_{i\alpha} - p_j \tilde{V}_{ji\alpha} - p_0 \tilde{V}_{0i\alpha}) -$$

производственные затраты в единицу времени подсектора в традиционном режиме работы, а

$$\tilde{E}_{i\alpha}^1 = \tilde{E}_{i\alpha}^0 + q_j \tilde{W}_{ji\alpha} + q_0 \tilde{W}_{0i\alpha} + a_{i\alpha} q_i \tilde{Z}_{i\alpha} -$$

производственные затраты в единицу времени подсектора в коммерческом режиме работы. Тогда остаток расчетного счета подсектора можно оценить как

$$N_{i\alpha} = \tau_{i\alpha}^P [\tau_{i\alpha} \tilde{E}_{i\alpha}^1 + (1 - \tau_{i\alpha}) \tilde{E}_{i\alpha}^0], \quad (1.111)$$

где $\tau_{i\alpha}^P$ – постоянная времени, характеризующая среднее время оборота средств на счете. Последнее условие в экономической теории называется ограничением ликвидности.

В принятом описании процесса кредитования банк подкредитовывает убыточную деятельность подсектора в традиционном режиме неопределенно долго. Оценка накопившегося долга подсектора (остатка ссудного счета подсектора) $L_{i\alpha}$ приводится в гл. 8 при описании деятельности банка. Здесь мы приведем только окончательный результат

$$L_{i\alpha} = \frac{\lambda_{i\alpha}^1}{\lambda_{i\alpha}^0 + \lambda_{i\alpha}^1} \frac{\Pi_{i\alpha}^1 + (1 + r_{i\alpha}) \Pi_{i\alpha}^0}{\lambda_{i\alpha}^0 \Pi_{i\alpha}^1 - \lambda_{i\alpha}^1 (1 + r_{i\alpha}) \Pi_{i\alpha}^0} (1 + r_{i\alpha}) \Pi_{i\alpha}^0 \quad (i = 1, 2; \alpha = A, B).$$

Это выражение нетрудно преобразовать к виду

$$L_{i\alpha} = \frac{1 - \tau_{i\alpha}}{\lambda_{i\alpha}^0 + \lambda_{i\alpha}^1} \frac{\Pi_{i\alpha}^1 + (1 + r_{i\alpha}) K_{i\alpha}}{\sigma_{i\alpha}^T \Pi_{i\alpha}^1} (1 + r_{i\alpha}) K_{i\alpha} \quad (i = 1, 2; \alpha = A, B).$$

Задолженность подсектору потребителей его продукта изменяется в силу уравнения

$$\frac{dS_{i\alpha}^A}{dt} = p_i \dot{Y}_{i\alpha},$$

а задолженность подсектора поставщикам изменяется в силу уравнения

$$\frac{dS_{i\alpha}^\Pi}{dt} = p_j \dot{V}_{ji\alpha} + p_0 \dot{V}_{0i\alpha}.$$

Глава 7. Описание торгово -посреднических структур

В ходе экономической реформы вокруг большинства промышленных предприятий возникли дочерние фирмы, которые занимались реализацией продукции этих предприятий по коммерческим каналам. Нецивилизованность российского рынка порождает значительные специфические затраты на реализацию продукции. Одни затраты связаны с необходимостью делиться долей выручки от реализации с рэкетирами. Другие затраты делаются для защиты от рэкета, их величина постоянна и не зависит от выручки. Затраченные деньги поступают в доходы рэкетиров и охранников, и часто охранная структура одной фирмы осуществляет рэкет по отношению к другой. В большей части эти деньги выплачиваются наличными и укрываются от налогов.

7.1. Функция издержек торгово-посреднической структуры и ее экономическое поведение

В модели с каждым из подсекторов финансово-промышленной группы связана своя торгово-посредническая структура, которая реализует его продукт в коммерческом режиме работы. Торгово-посредническая структура несет затраты на реализацию продукции, они составляют переменную долю от выручки за реализацию. Эта доля зависит от величины издержек, которые не связаны с выручкой от реализации. Будем называть их постоянными издержками и обозначим $M_{i\alpha}$ постоянные издержки торгово-посреднической структуры $i\alpha$. Таким образом, выражение для выручки, которую торгово-посредническая структура получает за реализацию продукции, имеет вид

$$\tau_{i\alpha} q_i Z_{i\alpha} f_{i\alpha} \left(\frac{Z_{i\alpha}}{\xi_{i\alpha}(M_{i\alpha})} \right),$$

где $Z_{i\alpha}$ – объем продаж торгово-посреднической структуры подсектора $i\alpha$ в постоянных ценах, q_i – индекс цен на продукцию i -го сектора. Функция $f_{i\alpha}(\cdot)$, характеризующая долю выручки, которая остается у торгово-посреднической структуры (остальное достается рэкетирам), возрастает с увеличением посто-

янных издержек $M_{i\alpha}$ и уменьшается с увеличением объема реализации $\tilde{Z}_{i\alpha}$.
Величина

$$\xi_{i\alpha}(M_{i\alpha}) = \frac{\tilde{C}_{i\alpha} M_{i\alpha}}{M_{i\alpha} + \tilde{M}_{i\alpha}}$$

задает эффективность постоянных издержек, она растет с их увеличением от нуля до максимального значения $\tilde{C}_{i\alpha}$ по гиперболической зависимости с характерным масштабом $\tilde{M}_{i\alpha}$, который можно интерпретировать как оценку противодействия рэкетиоров. Таким образом, выручка за реализацию продукции задается выражением

$$\tau_{i\alpha} q_i \tilde{Z}_{i\alpha} f_{i\alpha} \left(\frac{\tilde{Z}_{i\alpha} (M_{i\alpha} + \tilde{M}_{i\alpha})}{\tilde{C}_{i\alpha} M_{i\alpha}} \right).$$

В коммерческом режиме работы подсектора $i\alpha$ связанная с ним торгово-посредническая структура получает доход (его можно считать и прибылью, так как мы не будем выделять среди всех занятых в торгово-посреднических структурах работающих по найму)

$$\hat{\Pi}_{i\alpha}^1 = \tau_{i\alpha} q_i \tilde{Z}_{i\alpha} f_{i\alpha} \left(\frac{\tilde{Z}_{i\alpha} (M_{i\alpha} + \tilde{M}_{i\alpha})}{\tilde{C}_{i\alpha} M_{i\alpha}} \right) - M_{i\alpha}.$$

В традиционном режиме работы подсектора связанная с ним торгово-посредническая структура берет кредит на финансирование постоянных издержек у коммерческого банка, входящего в их финансово-промышленную группу, и погашает кредит вместе с процентами из прибыли, получаемой в коммерческом режиме работы. Таким образом, долю времени $1 - \tau_{i\alpha}$ торгово-посредническая структура работает в традиционном режиме, не получает выручки и несет постоянные издержки $M_{i\alpha}$, покрываемые за счет кредита у коммерческого банка, долю времени $\tau_{i\alpha} - \sigma_{i\alpha}^T$ она работает в коммерческом режиме и расходует всю прибыль на покрытие кредита и выплату процентов, а долю времени $\sigma_{i\alpha}^T$ торгово-посредническая структура работает в коммерческом режиме и передает получаемую прибыль для распределения в соответствующий подсектор производства. Доля прибыли (далее – распределяемая прибыль), передаваемая торгово-посреднической структурой для распределения в подсектор производства, с которым она связана, определяется соотношением

$$(\tau_{i\alpha} - \sigma_{i\alpha}^T) \hat{\Pi}_{i\alpha}^1 = (1 - \tau_{i\alpha})(1 + r_{i\alpha}^T) \tilde{K}_{i\alpha},$$

где $\tilde{K}_{i\alpha}$ – кредиты на поддержание работоспособности торгово-посреднической структуры, связанной с подсектором $i\alpha$, $r_{i\alpha}^T$ – процент за кредиты торгово-посреднической структуре, связанной с подсектором $i\alpha$. Предполагается, что $\tilde{K}_{i\alpha} = M_{i\alpha}$. Распределяемая прибыль торгово-посреднической структуры равна

$$\begin{aligned} \sigma_{i\alpha}^T \tilde{\Pi}_{i\alpha}^1 &= \tau_{i\alpha} \tilde{\Pi}_{i\alpha}^1 - (1 - \tau_{i\alpha})(1 + r_{i\alpha}^T) \tilde{K}_{i\alpha} = \\ &= \tau_{i\alpha} q_i \tilde{Z}_{i\alpha} f_{i\alpha} \left(\frac{\tilde{Z}_{i\alpha} (M_{i\alpha} + \tilde{M}_{i\alpha})}{\tilde{C}_{i\alpha} M_{i\alpha}} \right) - (1 + r_{i\alpha}^T (1 - \tau_{i\alpha})) M_{i\alpha}. \end{aligned}$$

Описывая экономическое поведение торгово-посреднической структуры, мы будем считать, что она действует рационально и стремится максимизировать распределяемую прибыль за счет выбора уровня постоянных издержек $M_{i\alpha}$ при заданном проценте за кредиты $r_{i\alpha}^T$. Условие экстремума распределяемой прибыли имеет вид

$$\tau_{i\alpha} q_i (\tilde{Z}_{i\alpha})^2 \frac{\tilde{M}_{i\alpha}}{\tilde{C}_{i\alpha} (M_{i\alpha})^2} \frac{df_{i\alpha}}{dx} \left(\frac{\tilde{Z}_{i\alpha} (M_{i\alpha} + \tilde{M}_{i\alpha})}{\tilde{C}_{i\alpha} M_{i\alpha}} \right) = -(1 + r_{i\alpha}^T (1 - \tau_{i\alpha})). \quad (\tau.к)$$

Из решения этого уравнения определяется величина $M_{i\alpha}$, которая равна спросу на кредит торгово-посреднической структуры и зависит от объема реализуемой продукции $\tilde{Z}_{i\alpha}$ и процента за кредит $r_{i\alpha}^T$.

Введем обозначения:

$$x = \frac{\tilde{Z}_{i\alpha}}{\tilde{C}_{i\alpha}}, \quad y = \frac{\tilde{Z}_{i\alpha} \tilde{M}_{i\alpha}}{\tilde{C}_{i\alpha} M_{i\alpha}}, \quad z = \frac{(1 + r_{i\alpha}^T (1 - \tau_{i\alpha})) \tilde{M}_{i\alpha}}{\tau_{i\alpha} q_i \tilde{C}_{i\alpha}},$$

$$g(\lambda) = -\frac{df_{i\alpha}(\lambda)}{d\lambda}.$$

В этих обозначениях уравнение $(\tau.к)$ принимает вид

$$y^2 g(x + y) = z \quad (\tau.г)$$

и определяет y в зависимости от x и z .

В условиях российской действительности между банком, производителем продукции и торгово-посреднической структурой складывались такие взаимоотношения, что банк был не в состоянии проследить за происхождением объема $\tilde{Z}_{i\alpha}$ продукции, реализуемой торгово-посреднической структурой, и не мог учи-

тывать влияние процента за кредит торговому посреднику $r_{i\alpha}^T$ на величину $Z_{i\alpha}$. Это обусловлено "теневым" характером отношений между производителями и торговыми посредниками, возникшим из-за неопределенности распределения прав собственности между трудовыми коллективами предприятий с одной стороны и администрацией этих предприятий вместе с торговыми посредниками с другой стороны. Отношения складывались такими, что процент за кредит $r_{i\alpha}^T$ определялся независимо от величины $Z_{i\alpha}$.

В иерархии теперешних экономических отношений в России банки занимают доминирующее положение по отношению к торгово-посредническим структурам, поэтому в модели взаимодействие банка и торгово-посреднической структуры описывается по схеме Штакельберга. Банк имеет информацию о спросе на кредит $M_{i\alpha}(r_{i\alpha}^T, Z_{i\alpha})$ и выбирает норму процента за кредит $r_{i\alpha}^T$ так, чтобы максимизировать функцию

$$M_{i\alpha}(r_{i\alpha}^T, Z_{i\alpha})(r_{i\alpha}^T - r_{i\alpha}^*),$$

где $r_{i\alpha}^*$ – оценка банком рискованности операций по кредитованию торгово-посреднической структуры.

Чтобы процент за кредит $r_{i\alpha}^T$ торгово-посреднической структуре определялся независимо от величины $Z_{i\alpha}$, необходимо и достаточно, чтобы функция спроса на кредит допускала мультипликативное представление

$$M_{i\alpha}(r_{i\alpha}^T, Z_{i\alpha}) = \varphi_1(r_{i\alpha}^T)\varphi_2(Z_{i\alpha}). \quad (т.л)$$

Заметим, что решение уравнения (т.л) имеет вид (т.л) тогда и только тогда, когда решение уравнения (т.б) имеет вид

$$y(x, z) = \frac{A(x)}{B(z)}, \quad A(x) > 0, \quad B(z) > 0. \quad (т.т)$$

Покажем, что решение уравнение (т.б) имеет вид (т.т) тогда и только тогда, когда

$$g(\lambda) = \frac{\gamma_1}{(\lambda + \gamma_2)^2},$$

и, значит,

$$f_{i\alpha}(\lambda) = \gamma_0 + \frac{\gamma_1}{\lambda + \gamma_2},$$

где $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$ – постоянные. Для этого подставим выражение (г.т) в уравнение (г.б):

$$A(x)^2 g\left(\frac{A(x)}{B(z)} + x\right) = zB(z)^2. \quad (\text{г.н})$$

Соотношение (г.н) должно выполняться при любых x и z . Поэтому про- дифференцировав его по x и z , получим равенства

$$2A(x) \frac{dA(x)}{dx} g\left(\frac{A(x)}{B(z)} + x\right) + (A(x))^2 \frac{dg}{d\lambda}\left(\frac{A(x)}{B(z)} + x\right) \left(1 + \frac{\frac{dA(x)}{dx}}{B(z)}\right) = 0, \quad (\text{г.л})$$

$$-\frac{(A(x))^3}{(B(z))^2} \frac{dB(z)}{dz} \frac{dg}{d\lambda}\left(\frac{A(x)}{B(z)} + x\right) = (B(z))^2 + 2zB(z) \frac{dB(z)}{dz}. \quad (\text{г.т})$$

Из (г.н) следует, что

$$g\left(\frac{A(x)}{B(z)} + x\right) = \frac{zB(z)^2}{A(x)^2}. \quad (\text{Ошибка! Источник ссылки не найден ..к})$$

Исключив из равенства (г.л) выражение $g(\cdot)$ с помощью (Ошибка! Исто- чник ссылки не найден ..к), получаем

$$\frac{dg}{d\lambda}\left(\frac{A(x)}{B(z)} + x\right) = -\frac{2z(B(z))^3 \frac{dA(x)}{dx}}{(A(x))^3 \left(B(z) + \frac{dA(x)}{dx}\right)}. \quad (\text{г.п})$$

Подставляя выражение (г.п) в уравнение (г.т), преобразуем его к виду

$$\frac{2z \frac{dB(z)}{dz} \frac{dA(x)}{dx}}{B(z) + \frac{dA(x)}{dx}} = B(z) + 2z \frac{dB(z)}{dz}. \quad (\text{г.у})$$

Поскольку $B(z) > 0$, уравнение (г.у) эквивалентно уравнению

$$B(z) + 2z \frac{dB(z)}{dz} = - \frac{dA(x)}{dx} \quad (1)$$

В уравнении (1) переменные x и z разделяются, поэтому

$$\frac{dA(x)}{dx} = \delta, \quad B(z) + 2z \frac{dB(z)}{dz} = -\delta \quad (2)$$

Решая обыкновенные дифференциальные уравнения (2), находим, что

$$A(x) = \delta x + v, \quad B(z) = -\delta + \sqrt{\frac{\omega}{z}} \quad (3)$$

где v и ω – постоянные.

Подставляя выражения (3) в выражение (Ошибка! Источник ссылки не найден ..), получаем функциональную зависимость

$$g^3 x + \frac{dx + n}{z} = z^3 \frac{d + \sqrt{\frac{\omega}{z}}}{dx + n} \quad (4)$$

Устремляя в равенстве (4) $z \rightarrow \infty$, находим, что

$$\frac{dx + n}{z} = 0$$

Следовательно, полагая $\frac{dx + n}{z} = \frac{1}{z}$, получаем искомый вид функции

$$\frac{dx + n}{z} = \frac{1}{z} \quad (5)$$

Заметим, что если $\frac{dx + n}{z} = \frac{1}{z}$ имеет вид (5), то

$$\frac{dx + n}{z} = \frac{1}{z}$$

Это означает, что решение уравнения (3) имеет вид (5). Отметим также, что

[]

при естественных предположениях [] [] [] является положительной, монотонно убывающей, вогнутой функцией. Из вогнутости функции [] следует, что необходимое условие оптимальности (т.к) является и достаточным.

Таким образом, распределяемая прибыль торгово-посреднической структуры задается выражением

[] (т.01)

Тогда затраты торгово-посреднической структуры задаются как

[] (т.02)

Оптимальное значение уровня постоянных издержек торгово-посреднической структуры определяется выражением

[]

Обозначим

[]

[]

В этих обозначениях

[]

По экономическому смыслу должно быть выполнено условие [], из которого следует, что

и .

Подставляя оптимальное значение уровня постоянных издержек торгово-посреднической структуры в выражение для затрат (т.ст), находим функцию затрат торгово-посреднической структуры

(т.ст)

Отметим, что функция является выпуклой функцией и представляется в виде

,

где

В коммерческом режиме работы подсектора связанная с ним торгово-посредническая структура получает прибыль

.

Доходы группы населения, связанной с торгово-посреднической деятельностью, в традиционном и коммерческом режимах равны соответственно

Спрос торгово-посреднической структуры на кредит равен

(т.п)

7.2. Финансовые балансы торгово-посреднической структуры

По предположению торгово-посредническая структура передает свою прибыль подсектору, с которым она связана, поэтому остаток расчетного счета торгово-посреднической структуры в среднем не изменяется. Остаток расчетного счета торгово-посреднической структуры определяем ограничением ликвидности, предполагая, что ее издержки могут быть достаточно крупными и для того, чтобы их оплатить, необходимо постоянно держать остаток расчетного счета, пропорциональный среднему потоку издержек :

, (т.ч)

где – постоянная, характеризующая среднее время оборота средств на счете.

Средняя задолженность торгово-посреднической структуры коммерческому банку вычисляется так же, как средняя задолженность производителя и имеет вид

где – величина отрицательной прибыли торгово-посреднической структуры в традиционном режиме работы. Она покрывается за счет коммерческого кредита, поэтому равна удовлетворенному спросу на кредит . Это выражение нетрудно преобразовать к виду

Глава 8. Описание банковской системы

8.1. Описание коммерческого банка

8.1.1. Общая схема описания взаимодействия банка с клиентом

Экономическое поведение банка мы будем описывать на основе теоретических результатов, которые содержатся в гл. 3. Взаимодействие коммерческого банка с производителями и торгово-посредническими структурами описывается на основе равновесия по Штакельбергу. Зависимость спроса подсекторов на кредит от нормы процента, а также от котировки банком сальдо неплатежей подсекторов была описана в гл. 6. Зависимость спроса на кредит торгово-посреднической структуры от процента за кредит была определена в гл. 7. Предполагается, что банку известен спрос каждого клиента на кредит в зависимости от процента и банк назначает клиенту наиболее выгодный для себя процент за кредит.

Чтобы использовать результаты гл. 3, расшифруем введенные там обозначения. Показатели режима работы клиентов банка были обозначены векторами \mathbf{v}_i . В случае производителей компонентами вектора \mathbf{v}_i являются $v_{i1}, v_{i2}, v_{i3}, v_{i4}, v_{i5}, v_{i6}, v_{i7}, v_{i8}, v_{i9}, v_{i10}$ и зависят они от процента за кредит r_i . Показатель режима работы торгово-посреднической структуры состоит из одной компоненты v_{i11} , и зависит она от процента за кредит r_i . Прибыли подсектора в коммерческом режиме π_{i1} и в традиционном режиме π_{i2} работы задаются выражениями (6.8) и (6.6). Долю времени α_i производитель несет убытки π_{i3} , на покрытие которых берет у банка кредит в размере π_{i4} . Долю времени β_i подсектор получает прибыль π_{i5} , из которой возмещает расходы по обслуживанию долга. Поток этих платежей мы обозначим через π_{i6} .

В гл. 3 поведение клиентов банка было описано задачей максимизации средней ожидаемой распределяемой прибыли:

$$\max_{r_i} \pi_i$$

где величина π_i определяется соотношением

$$\pi_i = \alpha_i \pi_{i1} + \beta_i \pi_{i5} - \pi_{i3} - \pi_{i4} - \pi_{i6} \quad (п.х)$$

Решение задач на максимум средней прибыли подсекторов приведено в разд. 6.4, а решение задачи на максимум средней прибыли торгово-посреднической структуры приведено в разд. 7.1. Спрос на кредит подсекторов зада-

ется выражением (6.9), а спрос на кредит торгово-посреднической структуры выражением (7.19). В этих выражениях спрос на кредит зависит не только от процента, но и от цен и котировки сальдо неплатежей. Однако рассматривая взаимодействие клиента с банком, мы интересуемся только зависимостью спроса от процента за кредит при фиксированных прочих влияющих на них факторах.

Предполагается, что банк доминирует на рынке капитала, т.е. может узнать спрос клиента \square и назначить процент \square по своему усмотрению, удовлетворяя спрос. Рассмотрим, как банк может разумно распорядиться этой свободой выбора в условиях неопределенных, но в среднем постоянных потоков расходов и доходов.

Мы предполагаем, что после выплаты зарплаты и налогов, следующими по очередности расходами подсекторов или торгово-посреднических структур являются платежи банку. Поскольку типичной является ситуация просроченной задолженности, мы предполагаем, что в состоянии, когда клиент получает прибыль и имеет долг, банк забирает всю прибыль в счет обслуживания долга. Динамика задолженности детально рассмотрена в пп. 8.1.3.-8.1.4. – она определяет среднюю долю времени \square , когда банк получает от клиента платежи

$$\square \quad (п.з)$$

Величина \square , вообще говоря, не совпадает с ожидаемой величиной \square (см. (п.х)), в соответствии с которой клиент планирует производство и продажи.

В общем виде случайная величина текущего сальдо кредитных операций с \square -м клиентом, \square выражается как

$$\square \quad (п.л)$$

Обозначим через \square сальдо текущих операций с вкладчиками и изменения расчетных счетов клиентов. Это тоже стационарная случайная величина, но она не зависит от \square . Положим

$$\square$$

В данный момент времени величина \square может быть как положительной, так и отрицательной, но в среднем для устойчивого банка она положительна: \square , – и банк может рассчитывать на некоторый стабильный чистый доход \square . Он частью распределяется между владельцами банка, а частью идет на выплату налогов, покрытие операционных расходов и прирост материальных активов. Для парирования случайных колебаний \square банк использует кратко-

срочные инструменты – МБК и ГКО, так что изменение объема ликвидных активов A (кассы и корреспондентского счета в ЦБ) можно записать в виде

$$\frac{dA}{dt} = x - \psi + k - s + S_{\text{ГК}}, \quad (\text{н.т})$$

где s – покупки ГКО, k – вновь взятые межбанковские кредиты, а $S_{\text{ГК}}$ – сальдо операций по обслуживанию ранее взятых МБК и операций по реализации и погашению ранее приобретенных ГКО. Конкретное выражение этой величины приведено ниже.

В модели описаны вложения ГКО, которые в настоящее время являются главным видом инвестиций, поскольку серьезных инвестиций в реальный сектор экономики не делается.

8.1.2. Управление ликвидными активами и операции на рынках: ГКО и МБК

Решение задачи об управлении ликвидными активами банка приведено в гл. 3. Здесь мы используем результаты решения задачи. Заимствования на рынке МБК и вложения в ГКО делаются по правилу

$$\begin{cases} \text{если } x(t) < \varphi, \text{ то } k(t) = \varphi - x(t); \quad s(t) = 0, \\ \text{если } x(t) > \varphi, \text{ то } k(t) = 0; \quad s(t) = \varphi - x(t), \end{cases} \quad (\text{н.п})$$

где

$$\varphi = \psi - S_{\text{ГК}}. \quad (\text{н.л})$$

Величина φ выбирается из условия максимизации функционала

$$J(\varphi, r_1, r_2, \dots) = \rho\varphi + r_G \langle s \rangle (\varphi, r_1, r_2, \dots) - r_K \langle k \rangle (\varphi, r_1, r_2, \dots). \quad (\text{н.т})$$

Здесь $\langle s \rangle (\varphi, r_1, r_2, \dots)$ – средние покупки ГКО, а $\langle k \rangle (\varphi, r_1, r_2, \dots)$ – средние заимствования по МБК, которые возникают после применения стратегии (н.п) при заданном уровне извлекаемых валовых доходов ψ и сальдо $S_{\text{ГК}}$ обслуживания МБК и реализации ГКО (н.л).

Параметр ρ в функционале (н.т) – это коэффициент дисконтирования банка, соизмеряющий для него ценность текущих и будущих доходов. В гл. 3 было показано, что надо требовать выполнения естественного соотношения параметров модели

$$r_K > \rho > r_G. \quad (\text{н.п})$$

Из (н.т) следует, что $\frac{dA}{dt} \equiv 0$, если применять стратегию (н.п). Она выгоднее, чем простое накопление ликвидных средств A , даже несмотря на то, что

процент по МБК r_K существенно выше доходности ГКО r_G . Это объясняет тот, на первый взгляд, парадоксальный факт, что банки активно заимствуют деньги на рынке МБК под большой процент и одновременно вкладывают часть средств под меньший процент в ГКО.

Средние заимствования по МБК $\langle k \rangle$ и вложения в ГКО $\langle s \rangle$ вычисляются по функции распределения $F(a)$ случайной величины $x(t)$, т.е. вероятности того, что $x(t)$ не превосходит значения a . Поскольку мы рассматриваем стационарный процесс, F не зависит от времени. Однако в силу (п.л) она зависит от процентов r_1, r_2, \dots , которые банк назначает своим клиентам: $F = F(a, r_1, r_2, \dots)$.

Из результатов гл. 3 находим, что средний поток заимствований по МБК и средний поток вложений в ГКО выражаются как

$$\langle k \rangle (\varphi, r_1, r_2, \dots) = \int_{-\infty}^{\varphi} (\varphi - x) \frac{\partial F(x, r_1, r_2, \dots)}{\partial x} dx; \quad (\text{п.у})$$

$$\langle s \rangle (\varphi, r_1, r_2, \dots) = \int_{\varphi}^{+\infty} (x - \varphi) \frac{\partial F(x, r_1, r_2, \dots)}{\partial x} dx. \quad (\text{п.в})$$

В гл. 3 было показано, что условие максимума функционала (п.г) по переменной φ дает уравнение

$$F(\varphi^*, r_1, r_2, \dots) = \frac{\rho - r_G}{r_K - r_G}, \quad (\text{п.ж})$$

с помощью которого из уравнения (п.и) определяется оптимальная величина стабильного чистого дохода

$$\psi(r_1, r_2, \dots) = \varphi^* - S_{GK}.$$

Если выполнено условие (п.н), уравнение (п.ж) однозначно разрешимо относительно φ^* и стратегия (п.н) действительно оптимальна. Чтобы гарантировать выполнение условия (п.н), будем считать, что коэффициент дисконтирования банка согласован с ценами финансовых рынков – процентами r_K, r_G . Именно мы полагаем

$$\rho = r_G + \zeta(r_K - r_G), \quad (\text{п.з})$$

где ζ – некоторая постоянная. Из (п.з) следует, что ρ всегда будет лежать между r_K и r_G , если $r_K > r_G$, а для φ^* получается соотношение

$$F(\varphi^*, r_1, r_2, \dots) = \zeta. \quad (\text{п.1})$$

8.1.3. Определение процентной ставки по кредиту клиентам

После того как решена задача управления ликвидностью, мы получаем формальный критерий оценки эффективности долгосрочного управления банка. Банк заинтересован назначать клиентам проценты r_i так, чтобы сделать как можно больше величину

$$J^*(r_1, r_2, \dots) = J(\varphi^*, r_1, r_2, \dots).$$

Чтобы решить задачу максимизации функционала J^* , конкретизируем вид распределения $F(a, r_1, r_2, \dots)$. Примем гипотезу, что флуктуации доходов и расходов происходят в значительной степени за счет многочисленных независимых операций с расчетными и депозитными счетами, и, как часто делается в моделях финансовых рынков, будем считать, что распределение F нормально:

$$F(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{(a-\Phi)/\Xi} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du, \quad (\text{п.1т})$$

где

$$\Phi = \langle x \rangle = \Phi_0 + \sum_i \Phi_i(r_i), \quad \Phi_0 = \langle x_0 \rangle, \quad \Phi_i = \langle x_i \rangle - \quad (\text{п.1и})$$

средний поток поступлений и выплат по операциям, не связанным с МБК и ГКО, а

$$\Xi = \sqrt{\Xi_0^2 + \sum_i \Xi_i^2}, \quad \Xi_0^2 = \langle (x_0 - \Phi_0)^2 \rangle, \quad \Xi_i^2 = \langle (x_i - \Phi_i)^2 \rangle - \quad (\text{п.1тг})$$

вариация (среднеквадратичное отклонение) этого потока. Мы предположили, что операции с различными клиентами независимы, в таком случае дисперсия потока выплат и поступлений Ξ^2 равна сумме дисперсий отдельных составляющих.

В силу (п.1)

$$\Phi_i(r_i) = (1 - \tau_i)(1 + r_i)K_i(r_i) - \sigma_i H_i(r_i) \quad (\text{п.1т})$$

$$\boxed{\phantom{\text{expression}}}, \quad (\text{п.1н})$$

где

--	--

-

-

(.) (.)

□ (.)):

□
, (.)
□

(.), (.), (.)

--	--	--

, (п.з)

--	--	--

(п.зх)

Теперь из (п.г) можно получить выражение для функционала J^* , которым оценивается эффективность долгосрочного управления банком:

$$J^*(r_1, r_2, \dots) = \rho \varphi^* + r_G (\varphi^* - \Phi) (1 - F(\varphi^*)) - r_K (\varphi^* - \Phi) F(\varphi^*) - (r_K - r_G) \cdot \Xi \cdot (2\pi)^{-1/2} e^{-\frac{v^2(\xi)}{2}} =$$

$$= \rho\Phi + (\varphi^* - \Phi) \left[\rho + r_G(1 - F(\varphi^*)) - r_K F(\varphi^*) \right] - (r_K - r_G) \cdot \Xi \cdot (2\pi)^{-1/2} e^{-\frac{v^2(\zeta)}{2}} =$$

$$= \rho\Phi(r_1, r_2, \dots) - (r_K - r_G) \cdot \Xi(r_1, r_2, \dots) \cdot (2\pi)^{-1/2} e^{-\frac{v^2(\zeta)}{2}}.$$

В силу условия оптимальности φ^* (п.ш) и выражений для среднего потока доходов и расходов (п.т) отсюда получается окончательное выражение для функционала с точностью до слагаемых, которые не зависят от r_i и потому не существенны при определении процентов:

$$J^*(r_1, r_2, \dots) = \rho \sum_i (1 - \tau_i) \cdot r_i K_i(r_i) - (r_K - r_G) \cdot \Xi(r_1, r_2, \dots) \cdot (2\pi)^{-1/2} e^{-\frac{v^2(\zeta)}{2}} + \rho\Phi_0. \quad (\text{п.зб})$$

Оно имеет ясный экономический смысл. Первое слагаемое – это сумма средних прибылей от операций с клиентами, а второе – плата за риск этих операций. Плата за риск пропорциональна вариации (стандартному отклонению) потока доходов и расходов, а коэффициент пропорциональности определяется конъюнктурой финансовых рынков – процентом по МБК r_K , доходностью ГКО r_G и темпом инфляции τ , от которого зависит величина ζ в формуле (п.б)).

Теперь можно было бы определить проценты r_i как аргументы максимума выражения (п.зб). Эта задача состоит в отыскании максимума невогнутой функции четырех переменных и достаточно трудоемка. К тому же она не хороша и по экономическим соображениям. Дело в том, что различные слагаемые в (п.зб) неравнозначны, потому что выражают разную степень информированности банка относительно своих клиентов. Спрос клиента на кредит $K_i(r_i)$ банк может выяснить в процессе переговоров с ним, но риск $\Xi_i(r_i)$ клиент скорее всего и сам не знает, а если знает, то не сообщит. Риски банк должен измерять сам, наблюдая за изменением состояния клиента. По этим соображениям мы, основываясь на выражении (п.зб), поставим задачу об определении процента по другому.

Используя нормальное приближение (п.т) для распределения потока доходов и расходов, мы считаем, что вклад каждого клиента в общий риск операций невелик, и, следовательно, учитывая (п.ст), (п.н), можем положить

$$\Xi \approx \sum_i \frac{\Xi_i^2}{2 \cdot \Xi_0} = \sum_i K_i(r_i)(1 - \tau_i) \cdot g_i(r_i) \frac{K_i(r_i)}{2 \cdot \Xi_0}.$$

Подставляя эти выражения в (п.зб), получаем

$$J^*(r_1, r_2, \dots) \approx \rho \sum_i (1 - \tau_i) \cdot (r_i - \hat{r}_i) K_i(r_i) + \rho\Phi_0,$$

где по определению

$$\hat{r}_i = g_i(r_i) \frac{K_i(r_i)}{2 \cdot \Xi_0} \cdot \left(\frac{r_K - r_G}{\rho} \right) \cdot (2\pi)^{-1/2} e^{-\frac{v^2(\xi)}{2}}. \quad (\text{п.дл})$$

Теперь задача определения процента клиенту распадается. При переговорах с каждым клиентом банк должен решать задачу

$$J_i^*(r_i) = K_i(r_i) \cdot (r_i - \hat{r}_i) \Rightarrow \max_{r_i}. \quad (\text{п.дт})$$

Такого рода задачи часто встречаются при описании монополистического рынка и имеют ясный смысл. Банк максимизирует среднюю прибыль от кредитования, но при этом уменьшает номинальную ставку процента r_i на величину оценки риска \hat{r}_i . Очевидно, решение задачи (п.дт) удовлетворяет неравенству $r_i \geq \hat{r}_i$.

В выражении (п.дл) для оценки риска \hat{r}_i учитываются три фактора: структурный $g_i(r_i)$, оценивающий относительную (на единицу заемных средств) рискованность действий данного клиента; масштабный $\frac{K_i(r_i)}{2\Xi_0}$, оценивающий вклад данного клиента в общий риск операций банка, и конъюнктурный $\frac{r_K - r_G}{\rho} (2\pi)^{-1/2} e^{-\frac{v^2(\xi)}{2}}$, соизмеряющий риск и проценты при данной конъюнктуре финансового рынка r_K, r_G .

Принимая во внимание то, что риск измеряется до начала переговоров, мы сделаем еще одно существенное упрощающее предположение. Трактруя \hat{r}_i в духе теории рациональных ожиданий как оценку ожидаемого риска, мы считаем, что, решая задачу (п.дт), банк не принимает в расчет зависимость \hat{r}_i от r_i и полагает величину \hat{r}_i такой, какой она была на предыдущем шаге расчетов.

Спрос на кредит подсектора $i\alpha$ зависит от процента $r_{i\alpha}$ и котировки неплатежей (векселей) θ_α , а спрос на кредит торгово-посреднической структуры – от процента $r_{i\alpha}^T$. В настоящее время рынок неплатежей и вексельного обращения находится в стадии формирования, еще недостаточно развиты соответствующие ему рынки вторичных финансовых инструментов. Поэтому можно считать, что изменение котировки неплатежей коммерческими банками является медленным процессом по сравнению с изменением процентных ставок за кредит. Изменение котировок будет описано в разд. 9.3.

Таким образом, спрос на кредит клиента i банка (будь то подсектор или торгово-посредническая структура) зависит только от процента r_i , установлен-

ного данному клиенту. Значит его действительно можно искать, решая задачу (п.эт). Для каждого банка эта задача решается перебором по сетке значений r_i при фиксированных значениях θ_α, \hat{r}_i , причем \hat{r}_i вычисляется по значениям переменных на предыдущем шаге расчетов:

$$\hat{r}_i = \tilde{g} \cdot g_i \frac{K_i}{\Xi_0} \Big|_{\text{на предыдущем шаге}} \cdot \left(\frac{r_K - r_G}{(r_K - r_G) \cdot \zeta_\alpha + r_G} \right) \cdot (2\pi)^{-1/2} e^{-\frac{v^2(\zeta_\alpha)}{2}}. \quad (\text{п.эн})$$

Согласно (п.эл) коэффициент \tilde{g} в (п.эн) должен быть равен 0.5, однако мы ввели его в модель как параметр, чтобы иметь возможность исследовать влияние фактора риска в экспериментах с моделью. Если положить $\tilde{g} = 0$, получится модель без учета риска. В такой модели проценты клиентам не будут зависеть от конъюнктуры финансового рынка r_K, r_G .

Величина $\tilde{\sigma}_i$ будет определена в п. 8.1.4. при вычисления заимствований и вложений банка. В п. 8.1.5. определяется сальдо операций по обслуживанию ранее МБК и операций по реализации и погашению ранее приобретенных ГКО $S_{ГК}$, величина которого позволяет вычислить чистый доход банка ψ (см. (п.и), (п.я)).

В гл. 3 подчеркивалось, что банк берет на себя весь риск – соглашается предоставлять кредит в течение неопределенно долгого периода убыточной деятельности клиента в надежде на высокую прибыль в режиме коммерческой деятельности. Все, на что в среднем может рассчитывать банк, это – доля постоянной прибыли клиентов в качестве платы за риск и прибыль от монопольного положения на дефицитном рынке денег. Поэтому определенный выше процент r_i , надо сопоставлять не с цифрами договорных процентов, которые к тому же составляют коммерческую тайну, а со средним фактическим доходом от кредитных операций с учетом убытков от просроченной, пролонгированной и списанной задолженности. Рискованность кредитных операций и монопольное положение банков взаимосвязаны. В условиях риска банк не будет давать кредит незнакомому клиенту, поэтому, несмотря на обилие банков, реальная возможность выбора кредитора у клиента не слишком велика.

8.1.4. Определение остатков ссудных счетов клиентов

Остатки счетов банка мы описываем как их средние значения в случайном процессе поступления и расходования средств. Все формулы этого раздела относятся к одному клиенту, поэтому индекс клиента для простоты опускаем. Клиент банка в момент времени t может находиться в одном из двух состояний – в традиционном режиме работы, когда он берет кредит $K(r)$, и в коммерческом режиме работы, когда он способен возвращать кредит с интенсивностью $H(r)$. Обозначим эти состояния 0 и 1. Предположим, что банк сразу включает процент за выданный кредит в сумму долга. Тогда остаток ссудного счета клиента 1 подчиняется уравнению

$$\frac{dl(t)}{dt} = \begin{cases} (1+r)K(r) & \text{в состоянии } 0, \\ -H(r) & \text{в состоянии } 1 \text{ при } l > 0, \\ 0 & \text{в состоянии } 1 \text{ при } l = 0. \end{cases}$$

Переходы из состояния 0 в состояние 1 и обратно происходят случайно, вероятности этих переходов за малый промежуток времени Δ равны соответственно $\Delta\lambda^0 + o(\Delta)$ и $\Delta\lambda^1 + o(\Delta)$.

Обозначим через $F_0(t, l)$, $F_1(t, l)$ вероятности того, что клиент в момент времени t находится соответственно в состоянии 0, 1 с остатком ссудного счета, не превышающим l . Изменение этих вероятностей со временем описываются обратными уравнениями Колмогорова

$$\frac{\partial F_0}{\partial t} = \lambda^1 F_1 - \lambda^0 F_0 - (1+r)K(r) \frac{\partial F_0}{\partial l},$$

(п.э1)

$$\frac{\partial F_1}{\partial t} = \lambda^0 F_0 - \lambda^1 F_1 + H(r) \frac{\partial F_0}{\partial l}.$$

Из этих уравнений интегрированием можно получить уравнение для наблюдаемой величины текущего значения математического ожидания остатка ссудной задолженности клиента

$$L(t) = \int_0^{+\infty} \left(\frac{\partial F_0(t, l)}{\partial l} + \frac{\partial F_1(t, l)}{\partial l} \right) l dl, \quad (\text{п.э2})$$

$$\frac{dL}{dt} = -(\tau - F_1(t, 0))H(r) + (1+r)(1-\tau)K(r). \quad (\text{п.э3})$$

В это уравнение входит неизвестная величина $F_1(t, 0)$. Из (п.э2) для нее тоже можно получить обыкновенное дифференциальное уравнение, но оно будет содержать новую неизвестную $\frac{\partial F_1(t, 0)}{\partial l}$ и т.д. Таким способом кинетические уравнения

(п.э1) сводятся к бесконечной системе дифференциальных уравнений (цепочке Боголюбова). Традиционный метод работы с этими уравнениями – замыкание конечной цепочки каким-либо дополнительным феноменологическим соотношением. Мы обрываем цепочку на первом уравнении (п.э3), пользуясь тем, что величина $F_1(t, 0)$ имеет ясный экономический смысл – это доля времени, в течение которого подсектор распределяет прибыль. После нескольких проб мы выяснили, что подходящей для замыкания (п.э2) будет следующая гипотеза: в каждый момент времени $F_1(t, 0)$ связана с $L(t)$ так же, как в равновесии. Содержательно это означает

стремление клиента погашать долг так, чтобы по возможности удерживать сложившийся уровень ссудной задолженности.

Нетрудно показать, что в равновесии, когда $\frac{\partial F_1(t,1)}{\partial t} = \frac{\partial F_1(t,1)}{\partial t} = 0$, $F_1(t,0)$ совпадает с величиной σ_i , вычисленной по формуле (п.к), а среднее значение задолженности клиента выражается в виде

$$L = \frac{\lambda^1}{\lambda^0 + \lambda^1} \frac{\Pi^1 + (1+r)K}{\lambda^0 \Pi^1 - \lambda^1 (1+r)K} (1+r)K = \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{1}{\lambda^0 + \lambda^1} (1+r)K. \quad (\text{п.ю})$$

Поэтому в силу принятой гипотезы мы получаем, что при неравновесном распределении задолженности среднее значение определяется уравнением

$$\frac{dL}{dt} = (1+r)K(r) - (\tau - z)H(r); \quad z = \left(1 + \frac{(\lambda_0 + \lambda_1)L}{(1+r)K(r)} \right)^{-1}. \quad (\text{п.з})$$

Заметим, что в равновесии (п.з) эквивалентно точному соотношению (п.ю).

При определении величины остатков ссудной задолженности каждого из четырех подсекторов и каждой из четырех торгово-посреднических структур мы предлагаем уравнения (п.з) интегрировать численно на отрезке времени длинной в месяц, считая при этом величины K и r постоянными.

В качестве величины $\bar{\sigma}$, с помощью которой банк оценивает риск операций с клиентом, мы используем среднемесячное значение z из соотношения (п.з)

$$\bar{\sigma} = \int_t^{t+1} z(\zeta) d\zeta.$$

Заметим, что эта величина остается положительной, даже если формула (п.к) дает отрицательную σ . Кроме того, эта величина, а вместе с ней и риск кредитования зависит от размера ссудной задолженности, что открывает возможность рассматривать рынок депозитов и задачу об управлении кредитным портфелем в будущих модификациях модели.

8.1.5. Вычисление остатков счетов коммерческого банка, эффективных процентов и банковской прибыли; финансовый баланс коммерческого банка в модели

Напомним, что региональная банковская система в модели условно представлена двумя банками – A и B . Каждый из банков возглавляет свою ФПГ. Кроме того, банк A в отличие от банка B ведет расчетный счет регионального бюджета.

Каждый банк $\alpha = A, B$ в модели представлен агрегированными статьями его баланса. Активы банков представлены следующими статьями.

а) Ликвидные активы (касса и остатки корсчетов) A_α , которые определяются по формуле

$$A_\alpha = \gamma_\alpha (\nu_\alpha^K I_\alpha^G + \tau_\alpha^K \psi_\alpha), \quad (\text{п.7к})$$

где $\gamma_\alpha \nu_\alpha^K, \gamma_\alpha \tau_\alpha^K$ – постоянные времени, которые для удобства идентификации представлены произведением двух сомножителей – собственно постоянных времени $\nu_\alpha^K, \tau_\alpha^K$ и нормировочного коэффициента $\gamma_\alpha \in [0,1]$, I_α^G – доход от вложений в ГКО банка α , ψ_α – валовый доход банка α . Эта формула была получена при решении задачи управления ликвидностью несколько более реалистичной (и более сложной), чем та, что описана в п. 8.1.2. Здесь мы эту задачу не рассматриваем, так как формула (п.7к) имеет прозрачный смысл – банк должен депонировать средства при покупке ГКО и должен копить деньги на выплату налогов, зарплаты служащих, дивиденды и инвестиции, которые в сумме образуют поток валового дохода ψ_α . Следует заметить, что эта простая формула позволяет очень точно воспроизвести динамику ликвидных активов банков.

б) Обязательные резервы в ЦБ (ФОР) R_α , которые определяются нормативно по пассивам (их описание приведено ниже):

$$R_A = \xi_R (D_A + V_A^\Pi + \sum_{i=1,2} (N_{iA} + \tilde{N}_{iA})) + N^B + N^B),$$

$$R_B = \xi_R (D_B + V_B^\Pi + \sum_{i=1,2} (N_{iB} + \tilde{N}_{iB})),$$

где ξ_R – норма резервирования.

в) Вложения в государственные ценные бумаги (остаток ГКО) L_α^G . Предполагается, что банк держит купленные ГКО в среднем время τ_α . Тогда можно считать, что остаток ГКО пропорционален потоку приобретаемых ГКО $\langle s \rangle_\alpha$, который определяется для каждого банка по формулам вида (п.5ж), и равен

$$L_\alpha^G = \tau_\alpha \langle s \rangle_\alpha,$$

а доходы от вложений в ГКО составят величину

$$I_\alpha^G = (r_G + \frac{1}{\tau_\alpha}) L_\alpha^G. \quad (\text{п.7б})$$

г) Кредиты подсекторам и торгово-посредническим структурам соответствующей ФПГ $\sum_{i=1,2} (L_{i\alpha} + \tilde{L}_{i\alpha})$, которые определяются для каждого клиента выражениями вида (п.ю).

д) Учтенные векселя V_{α}^A , которые вычисляются по пассивным сальдо неплатежей подсекторов и постоянной времени τ_{α}^V , характеризующей средний срок обращения векселей. Формула приведена ниже в разд. 9.3.

Следующими статьями представлены пассивы банков.

а) Заимствования на рынке межбанковских кредитов (остаток МБК) L_{α}^K . Предполагается, что банк берет МБК в среднем на время τ_{α} . Тогда остаток МБК будет пропорционален потоку взятых кредитов $\langle k \rangle_{\alpha}$, который определяется для каждого банка по формулам вида (п.э), и равен

$$L_{\alpha}^K = \tau_{\alpha} K_{\alpha},$$

а расходы по обслуживанию этого долга составят величину

$$I_{\alpha}^K = (r_K + \frac{1}{\tau_{\alpha}}) L_{\alpha}^K. \quad (\text{п.лз})$$

б) Остатки расчетных и текущих счетов подсекторов и торгово-посреднических структур (кроме бюджета и внебюджетных фондов) $\sum_{i=1,2} (N_{i\alpha} + \tilde{N}_{i\alpha})$, которые определяются соотношениями (6.57) и (7.20).

в) Остаток расчетного счета областного бюджета N^B в банке А. Он определяется в разд. 9.2 при описании регионального бюджета.

г) Остаток консолидированного расчетного счета областных внебюджетных фондов N^B в банке А, который определяется в разд. 9.2 при описании регионального бюджета.

д) Депозиты населения D_{α} , определяемые в разд. 9.1 как заданные доли совокупных сбережений населения.

е) Выданные векселя V_{α}^{Π} , вычисляемые в разд. 9.3 по активным сальдо неплатежей подсекторов.

ж) Собственные средства (собственный капитал) банка O_{α} , который определяется из условия банковского баланса. Для банка А, который ведет счета областного бюджета, баланс имеет вид

$$A_A + R_A + L_A^G + \sum_{i=1,2} (L_{iA} + \tilde{L}_{iA}) + V_A^A =$$

$$= L_A^K + \sum_{i=1,2} (N_{iA} + \tilde{N}_{iA}) + N^B + N^B + D_A + V_A^\Pi + O_A,$$

а для банка В–

$$A_B + R_B + L_B^G + \sum_{i=1,2} (L_{iB} + \tilde{L}_{iB}) + V_B^A = L_B^K + \sum_{i=1,2} (N_{iB} + \tilde{N}_{iB}) + D_B + V_B^\Pi + O_B.$$

Консолидированный баланс коммерческих банков получается сложением соответствующих статей балансов банков А и В и имеет ту же структуру.

Балансовая прибыль банка Π_α^B формально определяется как разность процентных платежей по активам банка и его пассивам. Разница между балансовой прибылью и чистым доходом банка ψ_α (доходы учредителей, налоги и операционные расходы) увеличивает собственные средства банка O_α . В соответствии с этим в модели балансовая прибыль вычисляется как сумма прироста собственных средств и валового дохода банка ψ_α . Вычисленная таким способом прибыль включает операции кредитной экспансии, когда банк расширяет активы и одновременно увеличивает собственные средства.

Валовый доход банка ψ_α вычисляется из соотношений (п.10), (п.1), где величина сальдо S_{GK} операций по обслуживанию ранее взятых МБК и операций по реализации ранее приобретенных ГКО выражается в виде

$$S_{GK} = I_\alpha^G - I_\alpha^K$$

через определенные выше величины (п.12), (п.13).

Проценты $r_{i\alpha}$, $r_{i\alpha}^T$, которые мы определили выше, – это простые проценты, отнесенные к потоку кредитов. В застойной экономике при низком темпе инфляции банки могут рассчитывать только на такой процент. Но формально они оперируют сложными процентами, отнесенными к остатку задолженности. Для большей информативности мы вводим аналоги формальных сложных процентов $\tilde{r}_{i\alpha}$, $\tilde{r}_{i\alpha}^T$, вычисляя их по формулам

$$\tilde{r}_{i\alpha} = \frac{(1 - \tau_{i\alpha}) \cdot (1 + r_{i\alpha}) \cdot K_{i\alpha}}{L_{i\alpha}},$$

$$\tilde{r}_{i\alpha}^T = \frac{(1 - \tau_{i\alpha}) \cdot (1 + r_{i\alpha}) \cdot \tilde{K}_{i\alpha}}{\tilde{L}_{i\alpha}}.$$

Изменение депозитов определяется предложением их населением. Считаем, что процент по депозитам r_D коммерческие банки устанавливают, следуя сбербанку как основному держателю депозитов.

8.2. Описание сберегательного банка

Сбербанк (как и областная администрация, о которой пойдет речь в гл. 9) – это индивидуальные агенты, поведение которых определяется конкретными управленческими решениями, а не формируется в процессе конкуренции, обучения и подражания, как у экономических агентов описанных выше. При моделировании поведения индивидуальных агентов в принципе невозможно опираться на сколько-нибудь глубокие теоретические построения, и приходится довольствоваться чисто феноменологическими описаниями. Такие описания менее устойчивы и чаще требуют пересмотра при изменении сложившихся экономических отношений.

Сбербанк представлен в модели агрегированными статьями его баланса. В активах выделены следующие статьи.

а) Обязательные резервы в ЦБ (ФОР) R_{CB} , которые определяются нормативно по депозитам

$$R_{CB} = \xi_R D_{CB},$$

где ξ_R – норма резервирования, а депозиты описаны ниже в разд. 9.1.

б) Кредиты подсекторам L_{CB}^K . Анализ статистики показывает, что кредиты сбербанка с большой точностью можно считать пропорциональными депозитам, поэтому полагаем, что

$$L_{CB}^K = \lambda_{CB} D_{CB},$$

где λ_{CB} – норма кредитных вложений сбербанка.

К сожалению, круг заемщиков сбербанка, отношения с ними, в частности проценты за кредит, пока не удастся выяснить. Экспертные оценки указывают лишь на то, что у сбербанка "особые" заемщики и "особые" кредиты.

Процент по кредитам сбербанка следует считать равным депозитному проценту

$$r_{CB} = r_D, \quad (п.7т)$$

что согласуется с представлением о том, что сбербанк выдает "своим" клиентам льготные кредиты.

Месячный поток совокупных нетто - кредитов сбербанка с учетом обслуживания долга составит тогда величину

$$\frac{dL_{CB}^K}{dt} - r_{CB} L_{CB}^K.$$

Эти кредиты распределяются между подсекторами $i\alpha$ пропорционально численной зарплате $s_{i\alpha} R_{i\alpha}$. Таким способом определяются потоки кредитов сбербанка подсекторам $K_{i\alpha}^{CB}$ в (6.6).

в) Перевод средств в центральную контору D_{CB}^K , который связан с остатком МБК коммерческих банков:

$$D_{CB}^K = a_{CB}(L_A^K + L_B^K) + b_{CB},$$

где a_{CB}, b_{CB} – параметры модели.

Выравнивание переводов сбербанка и займов коммерческих банков означает, что кредитная система региона в среднем становится замкнутой, что отражает общую тенденцию к обособлению регионов.

г) Вложения в ГКО L_{CB}^G . Предполагается что ГКО – единственный доходный актив сбербанка. Поэтому минимальный размер вложений в ГКО \tilde{L}_{CB}^G , обеспечивающий сбербанку положительную прибыль, определяется из уравнения

$$r_G \tilde{L}_{CB}^G + r_D L_{CB}^K = r_D D_{CB}, \quad (n.7n)$$

где r_G – доходность ГКО, r_D – процент по депозитам, совпадающий с процентом по кредитам сбербанка.

Предполагается, что вложения в ГКО растут по закону

$$\frac{dL_{CB}^G}{dt} = r_D (L_{CB}^G - \tilde{L}_{CB}^G), \quad (n.7o)$$

но ограничены минимально возможным уровнем \tilde{L}_{CB}^G . Если оказывается, что в некоторый момент времени $L_{CB}^G < \tilde{L}_{CB}^G$, то полагаем $L_{CB}^G = \tilde{L}_{CB}^G$.

Пассивы сбербанка представлены следующими статьями.

а) Депозиты населения D_{CB} , определяемые в разд. 9.1 как заданная доля совокупных сбережений населения.

б) Собственные средства O_{CB} , которые определяются из условия банковского баланса

$$O_{CB} + D_{CB} = R_{CB} + L_{CB}^G + D_{CB}^K + L_{CB}^K.$$

Глава 9. Описание непроеизводственной сферы и взаимодействия агентов

9.1. Описание потребительского поведения населения

9.1.1. Группы потребителей и их доходы

Экономический агент "население" предлагает производству рабочую силу, предъявляет спрос на потребительский продукт и предлагает сбережения. Доходы населения формируются из заработной платы занятых в секторах производства, прямых выплат из бюджета, доходов, связанных с торгово-посред-

нической деятельностью, и части распределяемой прибыли подсекторов и банков.

Потребительское поведение населения определяется доходами. В модели разные виды доходов населения различаются не только величиной, но и разной степенью регулярности получения. В соответствии с логикой модели население разделено на шесть групп по видам доходов.

Первые четыре группы образуют занятые в подсекторах производства и та часть населения, которая получает доходы в виде выплат из регионального бюджета и внебюджетных фондов (прежде всего пенсионного). Население, получающее доходы в виде выплат из бюджета, разделено на группы, которые приписаны к группам занятых в подсекторах. Поэтому к доходам группы населения, занятого в подсекторе $i\alpha$ ($i = 1,2; \alpha = A, B$), добавляется часть

$$\Phi_{i\alpha}^B = \frac{R_{i\alpha}}{\sum_{i,\alpha} R_{i\alpha}} (\Phi^B + \Phi^B)$$

доходов Φ^B , которые население получает из бюджета, и доходов Φ^B , которые оно получает из внебюджетных фондов. Напомним, что $R_{i\alpha}$ – численность занятых в подсекторах.

Таким образом, в тот период времени, когда подсектор $i\alpha$ ($i = 1,2; \alpha = A, B$) работает в традиционном режиме, доход группы $i\alpha$ составляет величину

$$\Phi_{i\alpha}^0 = (1 - n_4)\Phi_{i\alpha}^R + \Phi_{i\alpha}^B, \quad (0.н)$$

где n_4 – ставка подоходного налога.

В те периоды времени, когда подсектор $i\alpha$ ($i = 1,2; \alpha = A, B$) работает в коммерческом режиме, доходы группы $i\alpha$ составляют

$$\Phi_{i\alpha}^1 = \Phi_{i\alpha}^0 + (1 - a_i^M) a_{i\alpha} q_i \tilde{Z}_{i\alpha},$$

где a_i^M – доля теневых доходов, которая достается собственникам и управляющим предприятий.

Доходы от коммерческой деятельности часто укрываются от налогов, поэтому предполагается, что дополнительный доход в коммерческом режиме работы не облагается налогом.

Пятую группу образует часть населения, связанная с торговом-посреднической деятельностью. Доходы ее тоже состоят из регулярной составляющей в традиционном режиме работы

$$\Phi_T^0 = (1 - n_a) \sum_{i,\alpha} \tilde{\Phi}_{i\alpha}^0,$$

где $\frac{\tau_T}{\rho}$ – средняя ставка, по которой взимаются арендные и другие платежи в бюджет с торгово-посреднических структур. Кроме того, в доходы этой группы населения поступают издержки торгово-посреднических структур в коммерческом режиме работы. Таким образом, доходы пятой группы населения представляются как сумма регулярной составляющей и четырех случайных величин. Для простоты будем аппроксимировать сумму этих случайных величин одной случайной величиной, принимающей два значения $(\Phi_T^1 - \Phi_T^0)$ и 0 с вероятностями τ_T и $(1 - \tau_T)$ соответственно и имеющей такие же математическое ожидание и дисперсию:

$$\tau_T(\Phi_T^1 - \Phi_T^0) = \sum_{i,\alpha} \tau_{i\alpha} (\tilde{\Phi}_{i\alpha}^1 - \tilde{\Phi}_{i\alpha}^0),$$

$$\tau_T(1 - \tau_T)(\Phi_T^1 - \Phi_T^0)^2 = \sum_{i,\alpha} \tau_{i\alpha} (1 - \tau_{i\alpha})(\tilde{\Phi}_{i\alpha}^1 - \tilde{\Phi}_{i\alpha}^0)^2.$$

Тогда

$$\frac{1}{\tau_T} = 1 + \frac{\sum_{i,\alpha} \tau_{i\alpha} (1 - \tau_{i\alpha})(\tilde{\Phi}_{i\alpha}^1 - \tilde{\Phi}_{i\alpha}^0)^2}{\left(\sum_{i,\alpha} \tau_{i\alpha} (\tilde{\Phi}_{i\alpha}^1 - \tilde{\Phi}_{i\alpha}^0)\right)^2}, \quad (v.б)$$

$$\Phi_T^1 = \Phi_T^0 + \frac{1}{\tau_T} \sum_{i,\alpha} \tau_{i\alpha} (\tilde{\Phi}_{i\alpha}^1 - \tilde{\Phi}_{i\alpha}^0).$$

Таким образом, будем для простоты предполагать, что долю времени τ_T пятая группа населения работает в коммерческом режиме и получает доходы Φ_T^1 . Предполагается, что дополнительные доходы $(\Phi_T^1 - \Phi_T^0)$ укрываются от налогов.

Шестую группу образует часть населения с высокими доходами от коммерческой деятельности. Это – собственники и администрация банков, предприятий, которые входят в руководство финансово-промышленными группами и получают доходы как часть распределяемой прибыли. Доходы этой группы тоже состоят из регулярной составляющей в традиционном режиме работы

$$\Phi_M^0 = (1 - n_4)(\psi_A + \psi_B)$$

и нерегулярной составляющей в коммерческом режиме. Выражение для доходов шестой группы населения аппроксимируется следующим образом: доля времени τ_M , когда группа получает высокие доходы определяем подобно (v.б), но по получению теневых доходов $a_{i\alpha}^M a_{i\alpha} q_i \tilde{Z}_\alpha$:

$$\frac{1}{\tau_M} = 1 + \frac{\sum_{i,\alpha} \tau_{i\alpha} (1 - \tau_{i\alpha}) (a_{i\alpha}^M a_{i\alpha} q_i \tilde{Z}_\alpha)^2}{\left(\sum_{i,\alpha} \tau_{i\alpha} a_{i\alpha}^M a_{i\alpha} q_i \tilde{Z}_\alpha \right)^2}.$$

Тогда, чтобы сохранить средний поток доходов надо считать, что

$$\Phi_M^1 = \Phi_M^0 + \frac{1}{\tau_M} \sum_{i,\alpha} \sigma_{i\alpha} \Pi_{i\alpha}^\Phi (1 - n_4) + \frac{1}{\tau_M} \sum_{i,\alpha} \tau_{i\alpha} a_{i\alpha}^M q_i \tilde{Z}_{i\alpha}.$$

Различие способов пересчета доходов для пятой и шестой групп основано исключительно на чисто эмпирическом опыте работы с моделью.

Предполагается, что население потребляет только продукт 2, выпускаемый предприятиями области, либо поставляемый извне и только по коммерческому каналу (по рыночной цене).

Как уже упоминалось в гл. 4, фактически потребление каждой группы населения описывается агрегировано с помощью индекса потребления. Также в гл. 4 была решена проблема описания распределения доходов населения между потребительскими расходами, рублевыми сбережениями и валютными сбережениями.

9.1.2. Макромодель поведения группы потребителей

Описанный в гл. 4 процесс изменения богатства при осторожном поведении потребителя (4.3) не удастся аналитически исследовать даже приближенно, а численное исследование намного сложнее, чем все остальные вычисления в модели. Для решения этой задачи необходимо разрабатывать специальные асимптотические методы. Пока их нет, мы воспользовались тем, что этот процесс качественно напоминает хорошо исследованный процесс случайного блуждания с отражением (см., например, [25]). Из модели случайного блуждания с отражением получается выражение для наблюдаемой величины математического ожидания богатства:

$$W(t) = 2 \int_0^{S(t)} du e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\Theta \Phi(t)}{u} \right)^2},$$

(v.1)

$$\frac{dS}{dt} = \frac{T}{2S} \tau (1 - \tau) (\Phi_1(t) - \Phi_0(t))^2.$$

Здесь $S(t)$ – новая вспомогательная динамическая переменная, T – постоянная, а интеграл можно выразить через стандартный интеграл ошибок.

К сожалению, аналогия между процессами (4.3) и (v.1) неполная. Во-первых, процесс (4.3) линеен по доходам и потому для группы потребителей

агрегируется корректно, а процесс (0.1) этим свойством не обладает. Во-вторых, в процессе (4.3) нет аналога постоянной T . В-третьих, из общих теоретико-вероятностных соображений следует, что замена (4.3) на (0.1) должна zvyšать математическое ожидание богатства. Поэтому мы ввели два новых идентифицируемых параметра (одинаковых для всех групп потребителей) – уже знакомый T и v вместо множителя 2 в первой формуле (0.1).

С учетом того, что в течение месяца высокий и низкий доходы считаются неизменными, отсюда получаем следующие расчетные формулы для каждой из 6 групп потребителей (индекс Γ обозначает любую из 6 групп потребителей – занятых в подсекторах $(i = 1, 2; \alpha = A, B)$, связанных с торгово-посреднической деятельностью и собственников или управляющих промышленных предприятий): для вспомогательной величины

$$S_{\Gamma}(t+1) = \sqrt{S_{\Gamma}^2(t) + T\tau_{\Gamma}(1-\tau)(\Phi_{\Gamma}^1 - \Phi_{\Gamma}^0)^2};$$

для среднего дохода группы

$$\bar{\Phi}_{\Gamma} = \tau_{\Gamma}\Phi_{\Gamma}^1 + (1 - \tau_{\Gamma})\Phi_{\Gamma}^0;$$

для богатства группы потребителей

$$W_{\Gamma}(t) = v \int_0^{S_{\Gamma}(t)} du e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\Theta_{\Gamma}\bar{\Phi}_{\Gamma}(t)}{u}\right)^2};$$

для депозитов группы потребителей

$$D_{\Gamma}(t) = \frac{(W_{\Gamma}(t) - \Theta_{\Gamma}\bar{\Phi}_{\Gamma})_+}{1 + r_D\Theta_{\Gamma}};$$

для спроса группы потребителей на наличные деньги

$$M_{\Gamma}(t) = W_{\Gamma}(t) - D_{\Gamma}(t);$$

для расходов населения на покупку товаров и услуг, которые исчисляются по месячному балансу доходов и расходов с учетом того, что доля $(1 - \kappa_{\Gamma})$ расходов идет на покупку валюты,

$$\Psi_{\Gamma}(t) = \kappa_{\Gamma}(\tau_{\Gamma}\bar{\Phi}_{\Gamma} + r_D(t)D_{\Gamma}(t) + W_{\Gamma}(t-1) - W_{\Gamma}(t)).$$

Здесь $\kappa_{\Gamma} \in [0, 1]$ – коэффициент предпочтения рублей валюте.

Из приведенного выше соотношения следует, что величина S_{Γ} монотонно растет со временем. Величина W_{Γ} монотонно зависит от S_{Γ} , но со временем может и убывать, если доходы Φ_{Γ} сильно уменьшаются.

В модели сбережения населения определяются как сумма депозитов отдельных групп населения:

$$D = \sum_{\Gamma} D_{\Gamma}.$$

Они распределяются между сбербанком и коммерческими банками, причем сбербанк привлекает большую долю сбережений населения. Пока не представляется возможным описать механизм конкуренции банков за вклады населения, основываясь на принципе рациональности поведения экономических агентов. В модели распределение депозитов D населения между банками задано долями $\alpha_A, \alpha_B, \alpha_{CB}$, $\alpha_A + \alpha_B + \alpha_{CB} = 1$. Тогда депозиты коммерческих банков и сбербанка определяются как

$$D_A = \alpha_A D, \quad D_B = \alpha_B D, \quad D_{CB} = \alpha_{CB} D, \quad (\text{о.т.})$$

а $\alpha_A, \alpha_B, \alpha_{CB}$ задаются сценарием.

9.2. Описание регионального бюджета и внебюджетных фондов

9.2.1. Экономические функции областной администрации

Экономическая деятельность областной администрации в модели описывается как

- а) сбор различных налогов и отчислений с остальных экономических агентов;
- б) получение дотаций из федерального бюджета (если они есть);
- в) перевод средств в федеральный бюджет;
- г) выплаты и дотации остальным экономическим агентам;
- д) оплата (возможно не полная) предметов общественного потребления (областной госзаказ);
- е) выпуск и обслуживание областных краткосрочных обязательств (ОКО);
- ж) проведение частичных взаимозачетов задолженности бюджета и задолженности бюджету.

Экономическая политика областной администрации и федерального правительства состоит в установлении нормативов налогов и сборов, установлении объема госзаказов. В модели эти величины задаются сценарием. В конечном счете экономическая политика выражается в проекте расходов бюджета и внебюджетных фондов по различным статьям и определении приоритетов бюджетных платежей в случае нехватки средств.

Соответственно состояние экономического агента "Региональная администрация" описывается остатком расчетного счета регионального бюджета N^B , остатком расчетного счета региональных внебюджетных фондов N^B и остатками задолженностей по разного рода платежам и поступлениям. Предполагается, что счет регионального бюджета находится в коммерческом банке A .

9.2.2. Доходы бюджета и внебюджетных фондов и задолженности агентов по платежам в бюджет и внебюджетные фонды

Доходы бюджета в модели складываются из следующих поступлений.

1) Доходы от размещения ОКО T^{OKO} , которые задаются как доля ОКО в суммарных вложениях банков в государственные ценные бумаги и составляют величину

$$T^{OKO} = a_G (I_A^G + I_B^G),$$

где a_G – доля ОКО в государственных ценных бумагах, обращающихся в регионе ($0 < a_G < 1$).

2) Дотации из федерального бюджета T^R . Если $T^R < 0$, то, наоборот, происходит изъятие средств из регионального бюджета федеральным.

3) Налоговые поступления, которые формируются из следующих налогов.

а) Налог на добавленную стоимость (НДС) с производителей $T_{i\alpha}$ ($i = 1, 2$; $\alpha = A, B$), вычисляемый по формуле

$$T_{i\alpha} = n_1 (\tau_{i\alpha} (1 - a_{i\alpha}) q_i \tilde{Z}_{i\alpha} - \tau_{i\alpha} \phi_{i\alpha} (\tilde{Z}_{i\alpha}) - \tau_{i\alpha} q_j \tilde{W}_{ji\alpha} - \tau_{i\alpha} q_0 \tilde{W}_{0i\alpha}) + \\ + n_1 ((q_i - p_i) \tilde{Y}_{i\alpha} - (q_j - p_j) \tilde{V}_{ji\alpha} - (q_0 - p_0) \tilde{V}_{0i\alpha}),$$

где n_1 – налог на добавленную стоимость, а остальные переменные описаны в гл. 6. Предполагается, что у торгово-посреднических структур доходы теневые, поэтому НДС они не платят.

б) Подоходный налог с населения $T_{i\alpha}^S$ ($i = 1, 2$; $\alpha = A, B$). Предполагается, что теневая зарплата и распределяемая прибыль производителей и торгово-посреднических структур, идущая в доходы менеджеров и торговцев, укрывается от налогов. Тогда подоходный налог можно определить следующим образом:

$$T_{i\alpha}^S = n_2 \Phi_{i\alpha}^R,$$

где n_2 – ставка подоходного налога, а $\Phi_{i\alpha}^R$ – фактически выплаченный занятым подсектора фонд заработной платы.

в) Налог на прибыль подсекторов $T_{i\alpha}^\Pi$ ($i = 1, 2$; $\alpha = A, B$), который вычисляется как доля распределяемой прибыли производителей

$$T_{i\alpha}^\Pi = n_3 \sigma_{i\alpha} \Pi_{i\alpha}^1,$$

где n_3 – налог на прибыль.

г) Налог на прибыль банков T_α ($\alpha = A, B$), вычисляемый как доля от валового дохода и прироста собственных средств банка

$$T_\alpha = n_4 \left(\psi_\alpha + \frac{dO}{dt} \right),$$

где n_4 – ставка налога на банковскую прибыль.

4) Арендная плата торгово-посреднических структур $T_{i\alpha}^A$ ($i = 1, 2; \alpha = A, B$) определяется по формуле

$$T_{i\alpha}^A = n_a \Phi_{i\alpha}^0,$$

где n_a – ставка арендных сборов.

Таким образом, поступления налогов и сборов в области составляют величину

$$T = \sum_{i,\alpha} T_{i\alpha} + \sum_{i,\alpha} T_{i\alpha}^S + \sum_{i,\alpha} T_{i\alpha}^\Pi + \sum_{\alpha} T_\alpha + \sum_{i,\alpha} T_{i\alpha}^A.$$

Поступления делятся между региональным и федеральным бюджетами. Доходы регионального бюджета составляют величину

$$T^I = \alpha_R^1 \sum_{i,\alpha} T_{i\alpha} + \alpha_R^2 \sum_{i,\alpha} T_{i\alpha}^S + \alpha_R^3 \sum_{i,\alpha} T_{i\alpha}^\Pi + \alpha_R^4 \sum_{\alpha} T_\alpha + \alpha_R^A \sum_{i,\alpha} T_{i\alpha}^A,$$

где $\alpha_R^1, \alpha_R^2, \alpha_R^3, \alpha_R^4, \alpha_R^A$ – доли соответствующих налоговых поступлений, остающихся в распоряжении регионального бюджета. Остальная часть налоговых поступлений перечисляется в федеральный бюджет.

В модели мы понимаем под ставками налогов n_1, n_2, n_3, n_4, n_a фактические собираемости соответствующих налогов, так как именно они влияют на поведение экономических агентов. Как показывает статистика, фактические собираемости могут значительно отличаться от соответствующих установленных законом налоговых ставок $\bar{n}_1, \bar{n}_2, \bar{n}_3, \bar{n}_4, \bar{n}_a$.

Разница между установленными и реально собираемыми налогами накапливается в виде задолженности экономических агентов перед региональным и федеральным бюджетами.

Изменение задолженности первого сектора по налогам перед региональным бюджетом S_1^T описывается уравнением

$$S_1^T = \alpha_R^1 \left(\frac{\bar{n}_1}{n_1} - 1 \right) \sum T_{i\alpha} + \alpha_R^2 \left(\frac{\bar{n}_2}{n_2} - 1 \right) \sum T_{i\alpha}^S + \alpha_R^3 \left(\frac{\bar{n}_3}{n_3} - 1 \right) \sum_{\alpha} T_{i\alpha}^\Pi + \alpha_R^A \left(\frac{\bar{n}_a}{n_a} - 1 \right) \sum_{\alpha} T_{i\alpha}^A.$$

Изменение задолженности первого сектора по налогам перед федеральным бюджетом S_1^{fed} определяется уравнением

$$\frac{dS_1^{\text{fed}}}{dt} = (1 - \alpha_R^1) \left(\frac{\bar{n}_1}{n_1} - 1 \right) \sum_{\alpha} T_{1\alpha} + (1 - \alpha_R^2) \left(\frac{\bar{n}_2}{n_2} - 1 \right) \sum_{\alpha} T_{1\alpha}^S + \\ + (1 - \alpha_R^3) \left(\frac{\bar{n}_3}{n_3} - 1 \right) \sum_{\alpha} T_{1\alpha}^{\Pi} + (1 - \alpha_R^A) \left(\frac{\bar{n}_a}{n_a} - 1 \right) \sum_{\alpha} T_{1\alpha}^A.$$

Изменение задолженности второго сектора по налогам перед региональным бюджетом S_2^T описываются уравнением

$$\frac{dS_2^T}{dt} = \alpha_R^1 \left(\frac{\bar{n}_1}{n_1} - 1 \right) \sum_{\alpha} T_{2\alpha} + \alpha_R^2 \left(\frac{\bar{n}_2}{n_2} - 1 \right) \sum_{\alpha} T_{2\alpha}^S + \\ + \alpha_R^3 \left(\frac{\bar{n}_3}{n_3} - 1 \right) \sum_{\alpha} T_{2\alpha}^{\Pi} + \alpha_R^A \left(\frac{\bar{n}_a}{n_a} - 1 \right) \sum_{\alpha} T_{2\alpha}^A - \kappa^G S^G,$$

где член $\kappa^G S^G$ описывает погашение задолженности в счет встречной задолженности бюджета по госзаказу, что будет описано ниже.

Изменение задолженности второго сектора по налогам перед федеральным бюджетом S_2^{fed} определяется уравнением

$$\frac{dS_2^{\text{fed}}}{dt} = (1 - \alpha_R^1) \left(\frac{\bar{n}_1}{n_1} - 1 \right) \sum_{\alpha} T_{2\alpha} + (1 - \alpha_R^2) \left(\frac{\bar{n}_2}{n_2} - 1 \right) \sum_{\alpha} T_{2\alpha}^S + \\ + (1 - \alpha_R^3) \left(\frac{\bar{n}_3}{n_3} - 1 \right) \sum_{\alpha} T_{2\alpha}^{\Pi} + (1 - \alpha_R^A) \left(\frac{\bar{n}_a}{n_a} - 1 \right) \sum_{\alpha} T_{2\alpha}^A.$$

Доходы внебюджетных фондов образуются из начислений на зарплату занятых в производстве

$$T_{i\alpha}^S = n_2 \Phi_{i\alpha}^R,$$

где n_2 – норматив начислений на заработную плату.

9.2.3. Расходы и задолженность бюджета и внебюджетных фондов

В модели учтены пять видов расходов бюджета.

1) Расходы по погашению ОКО $\Phi^{ОКО}$, которые поступают банкам. В описании банков они явно не учитываются, поскольку включаются в доходы от ГКО, которые, как предполагается, имеют ту же доходность и просто вытесняются при расширении выпуска ОКО.

2) Расходы бюджета на дотации или инвестиции подсекторам Φ^F . Эти выплаты распределяются между подсекторами пропорционально производственной мощности и учитываются в выражениях (6.6) для прибыли подсекторов. Таким образом, $\sum_{i,\alpha} \Phi_{i\alpha}^F = \Phi^F$.

3) Расходы бюджета на выплаты населению Φ^B . Они включаются в выражение (в.к) для доходов населения.

4) Расходы бюджета на оплату госзаказа второму сектору по коммерческим связям Φ^M . Эти расходы определяют объем купленного государством продукта по рыночным связям и составляют величину

$$G_2^M = \frac{\Phi^M}{q_2}.$$

5) Расходы бюджета на оплату госзаказа второму сектору по традиционным связям Φ^G . С учетом цены неплатежей p_2 они определяют объем купленного государством продукта

$$G_2 = p_2 \frac{\Phi^G}{q_2 - p_2}.$$

Расходы по обслуживанию ОКО производятся полностью, и в первую очередь. Они исчисляются по месячной доходности ОКО:

$$\Phi^{ОКО} = (1 + r_G) T^{ОКО}.$$

Это – упрощенная формула, поскольку ОКО выпускаются не на месяц. Однако более детальное описание процесса погашения было бы неоправданным усложнением модели.

Суммарные расходы на инвестиции и дотации подсекторам Φ^F , выплаты населению Φ^B , закупки по коммерческому каналу Φ^M и по традиционному каналу Φ^G определяются однотипно, в зависимости от приоритетов администрации и задолженности администрации по этим статьям расходов. Обозначим статьи расходов σ , $\sigma = \{F, B, M, G\}$. Пусть $\tilde{\Phi}^\sigma$ – план расходов по статье σ , α^σ – темп погашения задолженности, π^σ – приоритет платежей. Задолженность бюджета по данной статье S^σ растет, если плановая величина расходов больше фактической. Задолженность в оплате закупок по традиционному каналу

может, кроме того, уменьшаться за счет взаимозачета с заданным темпом $\kappa^G(t)$. Таким образом,

$$\frac{dS^\sigma}{dt} = \tilde{\Phi}^\sigma - \Phi^\sigma, \quad \sigma = \{F, B, M\},$$

$$\frac{dS^G}{dt} = \tilde{\Phi}^G - \Phi^G - \kappa^G S^G.$$

По всем статьями выплаты не превосходят суммы плановой величины и заданной части задолженности $\alpha^\sigma S^\sigma$ при условии, что у бюджета есть деньги. Предполагается, что в данный момент времени поток выплат из бюджета пропорционален остатку расчетного счета с некоторым коэффициентом $\frac{1}{\tau_B}$. Деньги делятся между статьями пропорционально заданным приоритетам. В результате для фактических расходов получается выражение

$$\Phi^\sigma = \min \left\{ \tilde{\Phi}^\sigma + \alpha^\sigma S^\sigma, \frac{N^B}{\tau_B} \frac{\pi^\sigma}{\pi^G + \pi^M + \pi^F + \pi^B} \right\}, \quad (\text{в.п})$$

$$\sigma = \{F, B, M, G\}.$$

Ежемесячные плановые расходы оцениваются как $\frac{1}{12}$ годовых проектных расходов. В модели статьи расходов следующим образом соотносятся со статьями проекта типичного регионального бюджета.

а) Плановые расходы $\tilde{\Phi}^F$ оцениваются как сумма расходов проекта бюджета по статьям "Развитие региональной экономики": промышленность, энергетика и строительная индустрия – 100%; сельское хозяйство и рыболовство – 100%; развитие рыночной инфраструктуры – 100%.

б) Плановые расходы $\tilde{\Phi}^B$ оцениваются как половина суммы расходов проекта бюджета по статьям "Государственное управление, правоохранительная деятельность и обеспечение безопасности", "Расходы на социальную сферу и охрану окружающей среды": государственное управление – 50%; правоохранительная деятельность и обеспечение безопасности – 50%; фундаментальные исследования и содействие научно-техническому прогрессу – 50%; охрана окружающей среды и природных ресурсов, гидрометеорология, картография и геодезия, стандартизация и метрология – 50%; образование – 50%; культура и искусство – 50%; средства массовой информации – 50%; здравоохранение и физическая культура – 50%; прочие расходы – 50%.

в) Плановые расходы $\tilde{\Phi}^G$ оцениваются как половина суммарных расходов проекта бюджета по статьям "Расходы на социальную сферу и охрану окружающей среды": фундаментальные исследования и содействие научно-

техническому прогрессу – 50%; охрана окружающей среды и природных ресурсов, гидрометеорология, картография и геодезия, стандартизация и метрология – 50%; образование – 50%; культура и искусство – 50%; средства массовой информации – 50%; здравоохранение и физическая культура – 50%; прочие расходы – 50%.

г) Плановые расходы $\tilde{\Phi}^M$ оцениваются как половина суммарных расходов проекта бюджета по статьям "Государственное управление, правоохранительная деятельность и обеспечение безопасности" и расходы по статьям "Жилищно-коммунальное хозяйство": государственное управление – 50%; правоохранительная деятельность и обеспечение безопасности – 50%; градостроительство – 100%.

д) Плановые выплаты из внебюджетных фондов $\tilde{\Phi}^B$ оцениваются как сумма проектных расходов по статьям: социальная политика, пенсионный фонд (реально).

При проведении вычислительных экспериментов с моделью было удобно вместо плановых выплат населению из бюджета $\tilde{\Phi}^B$ и внебюджетных фондов $\tilde{\Phi}^B$ вводить среднюю ставку заработной платы бюджетников s^B и среднюю величину пенсии s^B , которые вычислялись делением $\tilde{\Phi}^B$, $\tilde{\Phi}^B$ на численность бюджетников и пенсионеров соответственно.

Расходы внебюджетных фондов S^B определяются уравнением

$$\frac{dS^B}{dt} = \tilde{\Phi}^B - \Phi^B,$$

в котором фактические выплаты задаются выражением

$$\Phi^B = \min \left\{ \tilde{\Phi}^B + \alpha^B S^B, \frac{N^B}{\tau_B} \right\}, \quad (0.1)$$

где α^B – темп погашения задолженности по пенсиям, τ_B – постоянная, характеризующая ликвидность операций внебюджетного фонда, а N^B – остаток расчетного счета внебюджетных фондов. Последний определяется балансовым уравнением

$$\frac{dN^B}{dt} = \sum_{i,\alpha} T_{i\alpha}^S - \Phi^B.$$

Остаток расчетного счета бюджета тоже определяется балансовым уравнением

$$\frac{dN^B}{dt} = T^I - \Phi^F - \Phi^B - \Phi^G - \Phi^M + T^{OKO} - \Phi^{OKO}.$$

Заметим, что соотношения (v.п), (v.1) исключают возможность увеличения расходов бюджета и внебюджетных фондов выше запланированных, если бюджет не имеет задолженности по соответствующей статье. Поэтому в некоторых вычислительных экспериментах с моделью происходил рост остатка расчетного счета регионального бюджета после того, как были погашены все долги бюджета. В таких случаях надо принимать во внимание, что в действительности скорее вырастут расходы бюджета, чем станет расти остаток его счета.

9.3. Описание взаимодействий экономических агентов

Как видно из предыдущих описаний, действия экономических агентов в значительной степени определяются ценами q_i , процентами $r_G, r_K, r_D, r_{i\alpha}$, ценами p_i и котировками θ_α неплатежей. Подобные переменные часто называют информационными или "гибкими". Они определяются в процессе взаимодействия экономических агентов, например, при согласовании спроса и предложения на рынке.

Описанию процессов формирования информационных переменных посвящена большая и, может быть, лучшая часть экономической теории. Однако в данной модели использовать эти результаты практически невозможно. При разработке математической модели региональной экономики возникает принципиальная трудность, связанная с тем, что региональная экономика открыта и рынки не замыкаются в регионе, а потому большинство информационных переменных приходится задавать экзогенно. Только два из существенных для модели взаимодействий можно локализовать в рамках региона и соответственно определить в модели две группы информационных переменных.

В гл. 8 мы описали одно из этих взаимодействий: сегментированный монопольный рынок капитала, на котором определяется ссудный процент для торговцев и производителей $r_{i\alpha}$.

Теперь опишем рынок неплатежей. Предприятие терпит неплатежи потребителей за свою продукцию (дебиторскую задолженность) потому, что они оправдывают его недоплату за сырье поставщикам (кредиторскую задолженность). Это означает, что, вообще говоря, должно выполняться условие "кредитоспособности": $p_i \tilde{Y}_{i\alpha} - p_j \tilde{V}_{ji\alpha} - p_0 \tilde{V}_{0i\alpha} \geq 0$. Однако это ограничение можно ослабить, если реструктурировать задолженность в рамках ФПГ, т. е. продать избыток дебиторской задолженности или, наоборот, купить кредиторскую (взаимозачеты, векселя поставщиков и т.п.).

Рынок неплатежей – это совокупность экономических механизмов, которые обеспечивают покупку – продажу неплатежей в форме векселей или взаимозачетов и одновременно устанавливают их котировку, обеспечивающую равенство спроса и предложения. Рынок неплатежей в модели описан как локальный: он организован коммерческим банком и замыкается внутри финансово-промышленной группы.

Предполагается, что коммерческий банк ФПГ α ($\alpha = A, B$) переучитывает кредиторскую задолженность предприятий, обменивая их векселя на свои, и

стремится установить котировку неплатежей θ_α так, чтобы сбалансировать активную и пассивную составляющие потока неплатежей, суммированного по всем производителям, входящим в контролируруемую им ФПГ. Активная составляющая суммарных неплатежей, равная сумме приростов дебиторской задолженности

$$\frac{dS_{i\alpha}^A}{dt} = p_i \tilde{Y}_{i\alpha},$$

образует предложение для ФПГ α .

Пассивная составляющая суммарных неплатежей, равная сумме приростов кредиторской задолженности

$$\frac{dS_{i\alpha}^\Pi}{dt} = p_j \tilde{V}_{ji\alpha} + p_0 \tilde{V}_{0i\alpha},$$

образует спрос для ФПГ α .

Регулирование коммерческим банком α котировки неплатежей θ_α мы описываем процессом нащупывания вальрасовского типа. Темп изменения котировки пропорционален относительному превышению спроса над предложением:

$$\frac{d\theta_\alpha}{dt} = -\tau_{\theta_\alpha} \frac{\sum_i (p_i \tilde{Y}_{i\alpha} - p_j \tilde{V}_{ji\alpha} - p_0 \tilde{V}_{0i\alpha})}{\sum_i p_i \tilde{Y}_{i\alpha}} \cdot \theta_\alpha,$$

где τ_{θ_α} – постоянная времени. Это уравнение решается численно на каждом шаге модели.

Поскольку предполагается, что реструктуризация задолженности оформляется как переучет векселей, можно считать, что объем векселей V_α^A , учтенных банком, пропорционален суммарному пассивному сальдо неплатежей подсекторов с постоянной времени τ_α^V , характеризующей средний срок обращения векселей:

$$V_\alpha^A = \tau_\alpha^V \{ [p_2 \tilde{V}_{21\alpha} + p_0 \tilde{V}_{01\alpha} - p_1 \tilde{Y}_{1\alpha}]_+ + [p_1 \tilde{V}_{12\alpha} + p_0 \tilde{V}_{02\alpha} - p_2 \tilde{Y}_{2\alpha}]_+ \}.$$

Аналогично, объем выданных банком векселей V_α^Π оценивается по суммарному активному сальдо неплатежей подсекторов:

$$V_\alpha^\Pi = \tau_\alpha^V \{ [p_1 \tilde{Y}_{1\alpha} - p_2 \tilde{V}_{21\alpha} - p_0 \tilde{V}_{01\alpha}]_+ + [p_2 \tilde{Y}_{2\alpha} - p_1 \tilde{V}_{12\alpha} - p_0 \tilde{V}_{02\alpha}]_+ \}.$$

Эксперименты с моделью показали, что в ней следует учесть, по крайней мере, еще два не полностью локализованных в регионе взаимодействия, которые влияют на информационные переменные. Структура и состояние региональной экономики таковы, что регион импортирует значительную часть потребительских продуктов, вследствие этого внутренний спрос на продукт второго сектора систематически превышает его внутреннее предложение. Если бы региональная экономика была замкнутой, это привело бы к росту цен и выравниванию внутреннего спроса и предложения. В открытой экономике разница спроса и предложения компенсируется импортом, однако, как показывает статистика, потребительские цены в некоторых регионах систематически несколько выше, чем в среднем по стране. Чтобы учесть этот эффект в модели, мы определяем цену q_2 из соотношения

$$q_2 = \hat{q}_2 \left(1 + \omega_q \frac{I_2^1}{\tau_{2A} \tilde{Z}_{2A} + \tau_{2B} \tilde{Z}_{2B}} \right).$$

где \hat{q}_2 – экзогенно заданный индекс потребительских цен в России, $\tau_{2A} \tilde{Z}_{2A} + \tau_{2B} \tilde{Z}_{2B}$ – внутреннее предложение продукта на рынке, которое равно среднему выпуску сектора 2 в коммерческом режиме, I_2^1 – ввоз в область продукта сектора 2 по коммерческим связям, ω_q – постоянная, задающая эластичность индекса потребительских цен относительно ввоза.

Аналогичные соображения мы используем для описания формирования цены неплатежей p_2 – доли неплатежей в цене продукции сектора 2, сложившейся в регионе:

$$p_2 = q_2 - (\hat{q}_2 - \hat{p}_2) \left(1 + \omega_p \frac{I_2^0}{\tilde{Y}_{2A} + \tilde{Y}_{2B}} \right).$$

Здесь \hat{p}_2 – доля неплатежей в цене продукции сектора 2, сложившаяся вне региона, коэффициент ω_p задает эластичность цены неплатежей относительно ввоза по традиционным связям.

ЧАСТЬ IV. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С МОДЕЛЬЮ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ

С моделью региональной экономики, описание которой было дано в ч. III, были проведены многочисленные вычислительные эксперименты. После этого модель регулярно использовалась в чисто прикладных целях. Она была идентифицирована и верифицирована по статистическим данным и применялась для анализа структуры региональной экономики, краткосрочного прогнозирования развития экономики и оценки последствий различных вариантов макроэкономической политики региональной и федеральной администрации.

В этой части мы обсудим методы использования модели при решении различных задач экономического анализа и прогнозирования и рассмотрим некоторые вопросы настройки модели по статистическим данным о конкретной региональной экономике. Затем будут представлены результаты вычислительных экспериментов с моделью, которые, во-первых, проясняют некоторые качественные особенности современного состояния нашей экономики и, во-вторых, характеризуют возможности, которые предоставляет модель эксперту - аналитику.

Глава 10. Использование модели региональной экономики в прикладных исследованиях

10.1. Применение модели для экономического анализа и прогнозирования

Любая математическая модель намного проще, чем реальность. Разрабатывая математическую модель экономики, мы схематизируем социально-экономическую реальность. Однако схематизация искупается тем, что в процессе разработки модели формулируется система достаточно определенных понятий и отношений между понятиями, которые дают возможность применять математический аппарат, чтобы делать строгие выводы. Выводы следуют из системы гипотез относительно структуры региональной экономики, которые выражаются в сформулированных понятиях и отношениях. С одной стороны, понятия и отношения, образующие математическую модель, соотносятся с понятиями и отношениями экономических теорий, с другой стороны, – с показателями, принятыми в экономической статистике. Это дает возможность, во-первых, экономически содержательно интерпретировать сделанные выводы и, во-вторых, делать количественные экономические оценки выводам. Первое дает возможность подвергать основания экономических теорий содержательной критике методами прикладной математики и, наоборот, – подвергать систему исходных гипотез содержательной критике методами политической экономии. Второе открывает возможность делать количественные оценки адекватности модели изучаемой экономической системе.

Вековая задача науки состоит в том, чтобы познавать мир, добывать новые знания. Поэтому главное предназначение математических моделей эконо-

мических систем в том, чтобы объяснять, как устроены системы, помогать докапываться до элементарных экономических понятий и фундаментальных экономических законов. Поэтому к количественным оценкам адекватности моделей надо относиться осторожно – модель всегда содержит достаточно параметров, чтобы можно было подогнать модельные кривые к статистическим. Критерием адекватности модели, скорее, должна быть способность ее воспроизвести характерные особенности совокупности качественно разнородных режимов эволюции экономической системы.

Точно так же осторожно надо относиться к прогнозам изменения состояния конкретной экономической системы на конкретный период времени, особенно к количественным прогнозам. Действительно, может произойти множество непредсказуемых событий, которые повлияют на развитие экономики. Поэтому прогноз всегда условен в том смысле, что надо четко оговаривать, на каких гипотезах основана модель и каким предположениям относительно факторов, явным образом не описанных в модели, прогноз соответствует.

Все сказанное выше принимается во внимание методологией математического моделирования, которая утверждает, что только математические модели дают надежную основу современным компьютерным технологиям обработки информации для оценки эффективности решений, принимаемых в сложных ситуациях. Применительно к предмету нашего обсуждения это утверждение означает, что математическая модель дает метод анализа и прогноза экономики, который основан на адекватном представлении гипотез о причинно-следственных связях между различными процессами и выводе из них логически непротиворечивой картины состояния экономики.

Последнее время наблюдается расширение спроса на математические модели со стороны аналитических служб экономических подразделений государственной администрации, крупных банков и фирм. В их деятельности постоянно возникает необходимость решать практические вопросы, требующие анализа и прогноза экономики, а также давать оценки различным социально-экономическим решениям или развитию разнообразных экономических процессов. Будучи наслышанными об успехах компьютерных технологий обработки информации, они предъявляют преувеличенные требования к точности прогнозов, которые можно делать на основании моделей. Такого рода преувеличения объясняются тем, что практики не отдают себе отчета в том, что не все вопросы, которые их интересуют, имеют однозначный ответ и что с помощью конкретной математической модели можно получить ответ далеко не на все вопросы.

Модель и основанные на ней методы обработки информации дают аналитику, эксперту, практическому работнику дополнительные возможности, но не освобождают его от необходимости выполнять свои профессиональные обязанности: думать, анализировать, сопоставлять результаты анализа или прогноза с реальностью, принимать решения, анализировать опыт и совершенствовать свои умения. Поэтому модель и основанная на ней система обработки информации не являются самодостаточными. Их нельзя использовать как "черный ящик", а надо встраивать в общую систему процедур анализа и прогноза экономики.

В общем виде система процедур выглядит так. Как правило, перед анализом ставится конкретная задача анализа, прогноза или оценки последствий некоторых экономических решений. Аналитик обладает системой знаний о конкретной экономической системе, основанной на его теоретической подготовке и владении информацией о состоянии экономики. Система знаний возникла как эмпирическое обобщение его профессионального опыта и не проверена на логическую непротиворечивость. Более того, анализ сложных экономических проблем требует довольно сложных и разветвленных цепочек умозаключений, в которые могут вкрасться разнообразные неточности. Тем не менее, опираясь на свои экспертные знания о состоянии экономики и механизмах ее функционирования, аналитик проводит анализ проблемы и дает ответ на вопрос.

Основанная на математической модели компьютерная система поддержки анализа и прогнозирования экономики дает аналитику дополнительную информацию, на которую он может опереться, применяя свои экспертные методы анализа. В рамках сформулированных гипотез модель дает системно согласованное и логически непротиворечивое описание структуры экономики и механизмов ее эволюции. Сопоставляя результаты анализа и прогнозов, полученные с помощью модели, с реальной картиной состояния экономики и тенденциями ее развития, аналитик может подвергать содержательной критике принятые гипотезы, совершенствовать их и выдвигать новые, – т. е. ускорять накопление знаний об экономике, что позволяет ему делать более обоснованные суждения и давать более аргументированные рекомендации. В практической работе особенно важно то, что появляется возможность на основе системно согласованной модельной картины состояния экономики синтезировать в единое целое знания разных экспертов с данными экономической статистики. В результате информация, полученная с помощью модели, детализируется и дополняется экспертными оценками.

Модель дает ответ на вопрос, как изменятся значения выходных переменных при заданном изменении входных переменных. Чтобы использовать результаты расчетов по модели для экономического анализа или прогноза, надо интерпретировать в привычных экспертам экономических терминах входные переменные и вычисленные по ним выходные переменные модели. Понятно, что нельзя заранее раз и навсегда переформулировать всевозможные содержательные вопросы об экономике в терминах переменных математической модели или каждый раз делать это автоматически. Неформальные методы экспертного анализа и методы математического моделирования сочетаются в процедуре перевода конкретных проблем экономического анализа и прогноза на язык переменных модели. Мы называем эту процедуру разработкой сценария.

До сих пор наше обсуждение имело общий характер и в равной степени относилось к применению модели любой экономической системы для прикладных исследований. Теперь мы ограничимся моделями региональной экономики.

Назовем сценарием определение входных переменных и параметров модели, согласованное экспертной оценкой внешних экономических условий региона, оценкой влияния на них текущей и будущей макроэкономической политики региональной и федеральной администрации в рамках предложенной экономической проблемы. Таким образом, процедура разработки сценария вклю-

чает в себя, во-первых, определение параметров модели, которые характеризуют сложившуюся структуру экономики, и определение выходных переменных модели, задающих начальное состояние экономики. Обычно начальным считается состояние экономики на тот момент времени, когда предлагается для изучения экономическая проблема. Во-вторых, разработка сценария включает корректную формулировку экономической проблемы, предложенной для изучения. В-третьих, разработка сценария требует сформулировать предложенную проблему в понятиях и терминах, которые используются в модели. В-четвертых, надо учесть связи между переменными, которые не описаны в модели, но возникают в силу дополнительных условий, вытекающих из формулировки предложенной проблемы. В-пятых, надо определить числовые значения входных переменных, согласованные этими дополнительными условиями.

В разработанной нами модели региональной экономики входные переменные делятся на две группы. К первой группе относятся переменные, которые задают внешние экономические условия региона. Это – рыночные цены продуктов, цены неплатежей; процентные ставки по депозитам населения, межбанковским кредитам и по доходности ГКО; курс валюты на внутреннем рынке; численность занятых в секторах производства, бюджетной сфере и численность получающих пособия из бюджета; ставки начисленной заработной платы в секторах производства, бюджетной сфере, среднестатистическая норма выплат пособий из бюджета, минимальные ставки заработной платы в секторах производства, в бюджетной сфере и минимальная среднестатистическая норма выплат пособий из бюджета.

Во вторую группу входят переменные, которые характеризуют макроэкономическую политику федеральной и региональной администрации. К ним относятся трансферты в региональный бюджет; доли налогов и отчислений, остающихся в регионе; величина федерального госзаказа; доля наличного импорта в импорте потребительских товаров; нормативы резервирования пассивов коммерческих банков и сбербанка; нормативы налогообложения экономических агентов и средние нормы фактической собираемости налогов; темпы погашения задолженностей по зарплате в секторах производства, в бюджетной сфере и задолженности внебюджетным фондам; заказы региональной администрации на поставки продукции по традиционным и рыночным каналам реализации; расходы регионального бюджета на развитие экономики; темпы взаимозачетов задолженностей регионального бюджета; ставка арендной платы за недвижимость, взимаемой с торгово-посреднических структур; приоритеты выплат из регионального бюджета по статьям: выплаты населению, оплата рыночных заказов администрации и расходы на развитие экономики.

Исследование разработанного сценария включает в себя расчеты по модели при значениях входных переменных, определенных сценарием, затем представление результатов в наглядной и удобной для экспертов форме и анализ результатов расчетов. Завершается исследование сценария неформальной процедурой интерпретации результатов в привычных экспертам экономических понятиях и в терминах, которые предложены для изучения экономической проблемы. Эта процедура снова синтезирует методы математического моделирования и неформальные методы экспертного анализа.

10.2. Идентификация и верификация модели: базовый сценарий

Идентификацией модели называется определение значений ее параметров, а верификацией – проверка того, насколько адекватно модель воспроизводит временные ряды макроэкономических показателей, характеризующих состояние экономики. Идентифицируются те параметры модели, которые имеют прямые статистические аналоги. Чтобы идентифицировать такого рода параметры, надо иметь статистические данные об их аналогах. Те параметры, которые не имеют статистических аналогов или не могут быть идентифицированы из-за недостатка статистических данных, подбираются при верификации модели – по результатам сравнения временных рядов показателей состояния экономики, полученных с помощью модели, и аналогичных временных рядов, построенных по данным экономической статистики за прошлый период времени.

Таким образом, для идентификации и верификации модели используются базы данных о структуре и состоянии региональной экономики. Качество идентификации и верификации, а следовательно, точность настройки модели на условия конкретного региона непосредственно зависят от полноты и качества экономической статистики. Модель основана на гипотезах, системно выражающих качественные особенности сложившихся экономических отношений. Следовательно, параметры модели и переменные, характеризующие состояние экономики, тоже системно согласованы. Это же требуется и от данных экономической статистики. Если модель не поддается идентификации и верификации, то либо неверна исходная система гипотез, либо не согласованы статистические данные. Опыт применения нашей модели для анализа экономики конкретного региона показал, что идентифицированную и верифицированную модель можно использовать и для контроля согласованности поступающих данных экономической статистики.

Поскольку сценарий включает в себя определение сложившейся структуры экономики и ее текущего состояния, идентификацию и верификацию модели можно рассматривать как разработку специального сценария. Она заключается, во-первых, в прямой идентификации по имеющейся экономической статистике тех параметров модели, которые имеют статистические аналоги. Во-вторых, она включает преобразование ретроспективных данных о внешних экономических условиях региона, экономической политике федеральной и региональной администрации, а также ретроспективных рядов показателей, характеризующих состояние региональной экономики, в ретроспективные временные ряды статистических аналогов входных и выходных переменных модели. Исследование сценария состоит в том, чтобы при разных значениях не идентифицированных параметров генерировать с помощью модели временные ряды показателей состояния экономики и сравнивать их с временными рядами статистических аналогов. Целью исследования сценария является поиск таких значений не идентифицированных параметров, которые обеспечивают наилучшее согласие (в избранном смысле) модельных и статистических временных рядов в ретроспективе. Для поиска "наилучших" значений параметров можно использовать методы направленного перебора.

После того как модель идентифицирована и верифицирована таким образом, можно разработать сценарий, который переносит на заданную перспективу тенденции эволюции внешних экономических условий региона и экономической политики, выявленные в ретроспективе. Этот сценарий дает прогноз эволюции экономики региона на заданную перспективу при условиях, что сохранится структура экономики региона, общая экономическая ситуация в стране и государственная экономическая политика. Такой сценарий мы называем базовым и на его основе строим краткосрочный и среднесрочный прогнозы эволюции региональной экономики.

В следующей главе приводятся результаты исследования некоторых сценариев. Все они сравниваются с результатами исследования базового сценария, поэтому надо его охарактеризовать. Характеристика базового сценария будет краткой, потому что, обсуждая разные сценарии, мы в первую очередь желаем продемонстрировать, как с помощью модели можно анализировать качественные особенности структуры и современного состояния нашей экономики. Для этого не требуется углубляться в детали количественных оценок параметров и входных переменных и обращать внимание на числовые значения показателей состояния экономики.

Модель была идентифицирована и верифицирована по статистическим данным об одном из типичных регионов России на первое полугодие 1997 г. При разработке базового сценария те входные переменные модели, которые имели статистические аналоги и могли быть оценены по данным экономической статистики, отождествлялись со своими статистическими аналогами. Те входные переменные, которые не имели статистических аналогов или не могли быть оценены из-за недостатка статистических данных, оценивались по результатам сравнения временных рядов выходных переменных модели с временными рядами их статистических аналогов за первое полугодие 1997 г. Нашлось более пятидесяти статистических аналогов выходным переменным. По принятым условиям оценки идентификации и верификации модели совпадение временных рядов выходных переменных модели и их статистических аналогов считалось удовлетворительным, если не менее 70% из них имели коэффициент корреляции не менее 65%. Фактически удавалось добиться коэффициента корреляции не менее 75% у 67% пар временных рядов и коэффициента корреляции не менее 65% у 74% пар.

Из главных качественных особенностей базового сценария на первое полугодие 1997 г. стоит отметить следующие.

Рост цен на продукцию сектора 1 отстает от роста цен на ввозимые энергоресурсы и общего роста цен. Продукция сектора 1, ориентированная на экспорт, составляет почти половину валового внутреннего продукта региона. Поэтому ухудшение конъюнктуры на рынке продукции сектора 1 оказывает депрессивное влияние на общее экономическое положение региона. Падает суммарная прибыль промышленности региона, становясь в отдельные месяцы даже отрицательной. Растут неплатежи, причем рост задолженности сектора 1 поставщикам опережает рост задолженности потребителей. Падают котировки векселей, выданных секторами.

Происходят изменения в экономическом положении и функционировании коммерческих банков. В депозитах населения сокращается доля вложений в

коммерческие банки. Вложения коммерческих банков в ГКО вытесняют кредиты юридическим лицам. Таким образом, коммерческие банки сокращают свою долю участия в реальном секторе экономики региона.

Сильные изменения претерпевает деятельность сбербанка. Раньше сбербанк в основном переводил собранные средства населения в свою центральную контору, но в первом полугодии 1997 г. он интенсивно кредитует региональную промышленность. В июне 1997 г. кредиты сбербанка юридическим лицам выросли и превысили переводы в центральную контору в 2.4 раза, к тому же вклады населения в сбербанке существенно увеличились. Из специфической организации, обеспечивающей циркуляцию средств между центром и регионом, сбербанк превращается в мощную региональную коммерческую структуру.

В первой половине 1997 г. происходит рост наличных денег в обращении, однако оказывается, что в краткосрочном плане он слабо связан с темпом инфляции.

В экономической политике областной администрации следует выделить усилия по развитию рынка ОКО и попытки частичного разрешения проблемы неплатежей.

В базовом сценарии на второе полугодие 1997 г. продолжают тенденции, выявленные в первом полугодии. Предполагается, что численность занятых в реальном секторе экономики медленно убывает, а численность занятых в бюджетной сфере и получающих выплаты из бюджета остается постоянной. Индекс цен на продукцию сектора 1 растет медленнее, чем индекс цен на ввозимые энергоресурсы и общий индекс цен. Сохраняется структура неплатежей. Снижаются проценты по МБК, ГКО и по депозитам населения. Несколько растет заработная плата занятых в секторах производства и в бюджетной сфере. Медленно растет курс доллара. Нормы резервирования пассивов коммерческих банков и сбербанка остаются постоянными. Примерно на том же уровне остается собираемость налогов. Теми же остаются отношения регионального и федерального бюджетов и структура расходов регионального бюджета. Растут теневые доходы занятых в реальном секторе экономики и примерно половина их достается администрации промышленных предприятий и предпринимателям.

Глава 11. Результаты исследования некоторых сценариев эволюции экономики

С помощью модели было исследовано множество сценариев, и все они имели чисто прикладной характер, потому что помогали дать ответы на практические вопросы анализа и прогноза региональной экономики. Мы выбрали те из них, которые дают представление о том, как модель отражает качественные особенности современной экономической ситуации в нашей стране.

11.1. Сценарий 1: улучшение конъюнктуры на рынке продукции ведущей отрасли экономики региона

Выявленную в базовом сценарии тенденцию отставания роста цен на продукцию сектора 1 от роста цен на ввозимые энергоресурсы и общего роста цен следует считать главной характерной особенностью состояния экономики региона. Чтобы проанализировать, как улучшение конъюнктуры на рынке продукции сектора 1 скажется на состоянии и развитии экономики региона, рассмотрим сценарий, в котором рост индекса цен на продукцию сектора 1 не отстает от роста индекса цен на топливо.

Будем считать, что с января 1997 г. темп роста индекса цен на продукцию сектора 1 совпадает с темпом роста индекса цен на ввозимое сырье, в котором существенную долю составляют энергоресурсы. Остальные показатели экономической конъюнктуры остаются такими же, какими они были в базовом сценарии.

Расчеты проводились на период с января 1997 г. по июнь 1997 г., и временные ряды показателей состояния экономики, соответствующие базовому сценарию, сравнивались с временными рядами, которые были получены в результате исследования данного сценария. Результаты анализа представлены на графиках в приложении 1.

Повышение цен на продукцию сектора 1 улучшило бы общеэкономическое положение региона в первом полугодии 1997 г. Вырос бы выпуск продукции сектора 1 (рис. 1), и это привело бы к росту промышленного производства в регионе (рис. 2). Увеличились бы доходы (рис. 3), потребительские расходы (рис. 4) и реальное потребление населения (рис. 5). Выросли бы депозиты населения (рис. 6). Увеличилась бы прибыль в промышленности (рис. 7), уменьшилась ее ссудная задолженность (рис. 8), и увеличились остатки расчетных счетов (рис. 9).

Улучшение финансового положения реального сектора экономики привело бы к уменьшению выдачи кредитов коммерческими банками (рис. 10) и увеличению средневзвешенного процента по коммерческим кредитам (рис. 11). В целом доходы коммерческих банков от выдачи кредитов увеличились бы (рис. 12). Возросли бы вложения коммерческих банков в ГКО (рис. 13) и увеличились их заимствования на рынке МБК (рис. 14). В результате увеличились бы суммарные доходы коммерческих банков (рис. 15).

Уменьшился бы объем вексельного обращения (рис. 16 и 17).

Оживление экономической конъюнктуры, увеличение доходов населения и потребительского спроса привели бы к увеличению денежной массы – денежные агрегаты M0 (рис. 18), M1, M2, M3, M4 возросли бы так же, как и валюта на руках населения (рис. 19).

Улучшилось бы финансовое положение области. Выросли бы доходы бюджета (рис. 20) от поступления налогов, в том числе от НДС, который собирается в течение всего года (рис. 21). Вследствие увеличения доходов областного бюджета существенно уменьшилась бы задолженность бюджета по заработной плате и пенсиям (рис. 22). Вследствие оживления экономической конъюнктуры доходы бюджета стали бы больше расходов, поэтому рос бы остаток

расчетного счета бюджета (рис. 23). Это означает, что областная администрация имела бы возможность финансировать дополнительные программы.

Нельзя забывать, что оживление конъюнктуры и улучшение экономического положения области происходило бы в условиях сохранения сложившихся отношений экономических агентов. Об этом свидетельствует не только сохранение, но и некоторый рост задолженности бюджета по госзаказу (рис. 24), задолженности производителей бюджету по налогам (рис. 25), задолженности потребителей производителям (рис. 26) и задолженности производителей поставщикам (рис. 27).

Произошло бы некоторое оздоровление социальной сферы. Хотя доходы населения росли бы, в основном, за счет роста доходов наиболее обеспеченной социальной группы, связанной с предпринимательской деятельностью, обнаруживается тенденция сокращения доли теневых доходов в доходах социальных групп населения, связанных новыми рыночными отношениями (рис. 28).

Таким образом, улучшение конъюнктуры на рынке продукции сектора 1 позволило бы увеличить производство и тем самым получить дополнительные доходы, что в конечном счете оживило бы экономическую ситуацию в регионе. При этом разрешились бы некоторые социальные проблемы, которые заботят областную администрацию, например сократилась бы задолженность по заработной плате и пенсиям. Следовательно, чтобы улучшить социально-экономическое состояние региона, надо искать рынки сбыта для продукции сектора 1, в который входят ведущие отрасли промышленности региона.

11.2. Сценарий 2: административное сокращение неплатежей производителей в регионе

Существенную роль в экономических отношениях, сложившихся в настоящее время в России, играют взаимные неплатежи производителей. Со стороны федерального правительства регулярно декларируются намерения укрепить платежную дисциплину, главным образом, с помощью чрезвычайных административных мер. Проблема неплатежей вызывает озабоченность также и региональных администраций. Чтобы проанализировать, к каким последствиям могло бы привести укрепление платежной дисциплины при сохранении сложившихся отношений экономических агентов, был разработан и исследован следующий сценарий.

Будем считать, что в первом полугодии 1997 г. доля неоплаченных поставок продукции сектора 1 снизилась на 5.3%, а доля неоплаченных поставок продукции сектора 2 снизилась на 5.8%. Остальные показатели экономической конъюнктуры остались такими же, какими они в базовом сценарии. Главное, сохранялось относительное ухудшение конъюнктуры на рынке продукции сектора 1.

Расчеты проводились на период с января 1997 г. по июнь 1997 г., и временные ряды показателей состояния экономики, соответствующие базовому сценарию, сравниваются с временными рядами, которые были получены в результате исследования данного сценария. Результаты анализа представлены на графиках в приложении 2.

В сложившихся структурах производства, неплатежей и при сложившихся экономических отношениях сокращение долей неоплаченных поставок продукции не влияет на реальный объем производства сектора 1 и реальный объем производства в регионе в целом. При этом отраслям сектора 1 теперь выгоднее реализовать продукцию по традиционным связям, а отраслям сектора 2 – по коммерческим связям, за счет увеличения производства товаров народного потребления (рис. 1). В результате несколько снижается реальный вывоз продукции сектора 1 и ввоз товаров народного потребления (рис. 2). Уменьшается индекс потребительских цен в области (рис. 3).

В конечном итоге административное укрепление дисциплины платежей приводит к снижению прибыльности промышленности региона (рис. 4), уменьшению спроса на кредит (рис. 5) и снижению ссудной задолженности (рис. 6).

Чтобы компенсировать снижение спроса на кредит, коммерческие банки увеличивают средневзвешенный процент по коммерческим кредитам (рис. 7), однако их доходы от выдачи кредитов уменьшаются (рис. 8). Сокращаются вложения коммерческих банков в ГКО (рис. 9) и их заимствования на рынке МБК (рис. 10). В результате уменьшаются суммарные доходы коммерческих банков (рис. 11).

Ухудшение финансового положения производства и коммерческих банков сокращает базу налогообложения и уменьшает доходы областного бюджета от налоговых поступлений (рис. 12). В результате уменьшаются фактические выплаты населению из бюджета (рис. 13) и увеличивается задолженность бюджета по заработной плате и пенсиям (рис. 14).

За счет увеличения теневых доходов (рис. 15) увеличиваются доходы занятых в производстве (рис. 16). Однако, ухудшение финансового положения производства и коммерческих банков приводит к существенному уменьшению доходов предпринимателей (рис. 17). В результате уменьшаются доходы (рис. 18), потребительские расходы (рис. 19) и реальное потребление населения (рис. 20), а также его депозиты (рис. 21).

Ухудшение экономической конъюнктуры, уменьшение доходов населения и потребительского спроса приводят к сокращению денежной массы – денежные агрегаты M0 (рис. 22), M1, M2, M3, M4 уменьшаются, так же как и валюта на руках населения (рис. 23).

Таким образом, административное укрепление дисциплины платежей в условиях сохранения сложившихся отношений экономических агентов может привести к неожиданным последствиям. Почти всем главным экономическим агентам – областной администрации, производителям, коммерческим банкам – это будет невыгодно. При этом ухудшится общая экономическая ситуация в области. Социальные последствия снижения долей неоплаченных поставок неоднозначны: в целом снижаются реальные доходы населения области, увеличивается разница доходов групп населения, занятых в бюджетной сфере и в производстве, однако уменьшается разница доходов групп населения, занятых в производстве и предпринимательской деятельностью.

11.3. Сценарий 3: сокращение теневого оборота в экономике региона

Известно, как остро в настоящее время стоит проблема теневого оборота наличных денег. Теневой оборот искажает отчетность, сокращает доходы бюджета и, по-видимому, снижает стимулы развития экономики. Поэтому интересно оценить возможные положительные и побочные результаты мер, направленных на сокращение теневого оборота. Известно, что значительная часть теневого оборота возникает в связи со стремлением экономических агентов уклониться от уплаты высоких налогов, следовательно, последствия уменьшения теневого оборота имеет смысл оценивать при условии, что будут снижены легальные налоги.

С помощью модели мы пришли к выводу, что доля теневых доходов в заработной плате рабочих и администрации отраслей сектора 2 составляет около 50%. Эта оценка согласуется с мнением экспертов.

Будем считать, что с января 1997 г. удалось уменьшить долю теневых доходов в заработной плате рабочих и администрации отраслей до 35%, одновременно уменьшив на 30% ставки налогов на прибыль и НДС. Остальные показатели экономической конъюнктуры сохраняются такими же, какими они приняты в базовом сценарии. Отдельно заметим, что сохранилась неблагоприятная конъюнктура на рынке продукции сектора 1, остался прежним план расходов бюджета.

Расчеты проводились на первое полугодие 1997 г., и временные ряды показателей состояния экономики, соответствующие базовому сценарию, сравниваются с временными рядами, которые были получены в результате исследования данного сценария. Результаты анализа представлены на графиках в приложении 3.

Ясно, что предлагаемые мероприятия должны, с одной стороны, увеличить налогооблагаемую базу, а с другой стороны, уменьшить долю налоговых платежей с этой базы. Соотношение сокращения налогообложения и теневого оборота были подобраны так, чтобы в январе 1997 г. сумма налоговых поступлений осталась прежней. Таким образом, мы исключили эффекты от изменения соотношения государственного и негосударственного секторов экономики и исследуем только эффект от изменения системы платежей и расчетов.

Непосредственным следствием уменьшения теневого оборота будет рост доходов бюджета (рис. 1) в первом квартале 1997 г. более чем наполовину. К середине года доходы снижаются до первоначального уровня, но полученных дополнительных доходов хватает, чтобы расплатиться с долгами бюджета по зарплате и пенсиям (рис. 2). Это, в свою очередь, вызовет рост доходов и сбережений населения и как следствие – рост внутреннего спроса. В результате несколько вырастут потребительские цены (рис. 3) и производство в обрабатывающих отраслях экономики. Слабое влияние роста внутреннего спроса на производство объясняется открытостью экономики – возрастает ввоз продукции в область.

Рассмотренная цепочка экономических явлений достаточно очевидна. Сложнее понять причины роста доходов бюджета и последующего их снижения к исходному уровню в середине года. Первичным источником роста доходов

бюджета является в среднем двукратный рост облагаемой налогом прибыли производителей (рис. 5) за счет ее выхода из теневого оборота. Существенно то, что возрастает и фактическая, с учетом теневого оборота, прибыль хозяйства региона, которую можно оценить с помощью модели (рис. 6).

Опережающий рост фактической прибыли по отношению к доходам бюджета означает, что оздоровление системы платежей и расчетов запускает кейнсианский механизм стимулирования экономики, но без бюджетного дефицита и практически без инфляции. Текущий дефицит бюджета даже сокращается (рис. 7).

К середине года практически восстанавливается исходное состояние экономики, потому что, погасив задолженность по зарплате, бюджет возвращается к исходной программе расходов, рассчитанной на меньшие доходы. Следовательно, прекращается стимулирующее действие дополнительных бюджетных расходов. Чтобы сохранить высокую конъюнктуру, надо либо увеличить расходы бюджета, либо, что предпочтительнее, найти способ возобновления вложений прибыли в основной капитал производства. Поскольку пока не видно путей возобновления инвестиций в реальный сектор экономики, мы эту возможность не рассматриваем.

Кроме рассмотренных основных прямых воздействий, оздоровление системы платежей и расчетов вызывает побочные эффекты. Во-первых, оживляется деятельность коммерческих банков. Увеличивается спрос на кредит, и соответственно в 1.5 раза возрастают кредитные вложения коммерческих банков в экономику области. Возрастают и собственные средства банков. При этом кредит дешевеет (рис. 8), а денежная масса увеличивается не сильно – в меру роста потребительских расходов населения (рис. 9). Вексельное обращение расширяется незначительно.

Во-вторых, детальный анализ результатов расчетов показывает, что рост доходов населения происходит за счет роста доходов занятых в секторе 1, бюджетной сфере и предпринимательской деятельностью. У последних доходы растут за счет роста прибыли. Доходы же занятых в секторе 2 (а это $\frac{3}{4}$ занятых в промышленности региона, и они получают большую часть теневой зарплаты) несколько снижаются. Вследствие этого снижаются совокупные доходы наемных работников. Такого не случилось бы, если бы рост внутреннего спроса в регионе не удовлетворялся бы за счет роста ввоза товаров народного потребления. В свою очередь, ввоз не вырос бы так сильно, если бы оздоровление системы платежей и расчетов коснулось всей страны, а не одного региона, как прописано в обсуждаемом сценарии.

Рассматривался и вариант сценария, которым не предусматривалось снижение налогов, а теневой оборот сокращался за счет легализации зарплаты. Предполагалось, что теневая зарплата сокращается на 30% и на эквивалентную сумму увеличивается официальная зарплата. В этом случае пенсионный фонд получает дополнительные доходы за счет роста начислений на увеличившуюся официальную заработную плату. По этому сценарию погашение задолженности по зарплате и пенсиям происходит быстрее, чем по базовому сценарию, но медленнее, чем по сценарию со снижением налогов. Не происходит никакого стимулирования производства, однако оживляется банковская

деятельность, и растет спрос на кредиты. Доходы наемных работников не уменьшаются.

Исследование сценария приводит к следующим выводам. Оздоровление системы платежей и расчетов, во-первых, может существенно улучшить положение с задолженностью бюджета, во-вторых, может быть резервом существенного снижения налогового бремени, в-третьих, может оказаться способом безинфляционного стимулирования экономики и подготовки к возобновлению инвестиционного процесса. Оздоровление системы платежей и расчетов будет в конечном счете выгодно банковскому и предпринимательскому бизнесу. Но оно может оказаться невыгодным большим группам наемных работников и мелких предпринимателей и встретить сопротивление с их стороны, если будет проводиться на региональном уровне.

11.4. Сценарий 4: деиндустриализация экономики региона

Интенсивный экспорт ресурсов, в первую очередь энергоносителей, вызывает сокращение их предложения на внутренних российских рынках. В течение последних лет рост цен на энергоносители опережал рост потребительских цен и цен на продукцию отраслей промышленности. В результате снижалась прибыльность энергоемких технологий производства. Российская промышленность не выдерживает конкуренции за отечественные энергетические ресурсы с промышленностью развитых капиталистических стран, использующей ресурсосберегающие технологии. Поскольку нет инвестиций в реальный сектор экономики, нельзя модернизировать промышленность, внедрять ресурсосберегающие технологии и таким образом повышать конкурентоспособность российских производителей. В сложившихся условиях повышение конкурентоспособности может произойти за счет *деиндустриализации* экономики, то есть вытеснения энергоемких технологий производства трудоемкими технологиями. Такая тенденция развития представляется весьма вероятной, поскольку в результате либерализации внешней торговли внутренние цены на энергетические ресурсы приблизились к мировым, а заработная плата на российских предприятиях существенно отстает от заработной платы в развитых капиталистических странах.

Чтобы проанализировать, как может сказаться эта тенденция на экономике региона, был разработан специальный сценарий. Будем считать, что с января 1998 г. численность занятых в секторе 2 увеличивается на 10% и зарплата, начисляемая в этом секторе, выплачивается без задержек. Одновременно на 30% снижается норма затрат ввозимого в регион сырья, в котором энергоресурсы занимают существенную долю.

Расчеты проводились на весь 1998 г., и временные ряды показателей состояния экономики, соответствующие базовому сценарию, сравниваются с временными рядами, которые были получены в результате исследования данного сценария. В данном случае в качестве базового сценария принят тот, по которому модель была идентифицирована и верифицирована с учетом данных экономической статистики за весь 1997 г. Тенденции, выявленные при исследовании этого сценария были продолжены на 1998 г. Результаты анализа представлены на графиках в приложении 4.

Замещение энергоемких технологий трудоемкими увеличивает прибыль промышленности региона (рис. 1), доходы и реальное потребление населения (рис. 2 и рис. 3). Увеличивается производство товаров народного потребления (рис. 4). Происходит значительное увеличение денежных агрегатов M0, M1, M2 (рис. 5, рис. 6, рис. 7) при незначительном увеличении индекса потребительских цен (рис. 8) и некотором уменьшении неплатежей (рис. 9 и рис. 10). За счет роста налоговых поступлений увеличиваются доходы регионального бюджета (рис. 11) и внебюджетных фондов (рис. 12), что позволяет увеличить фактические выплаты населению из бюджета и внебюджетных фондов (рис. 13), а также уменьшить задолженность областного бюджета по зарплатам (рис. 14). Увеличиваются депозиты населения (рис. 15) и, в частности, депозиты населения в коммерческих банках (рис. 16). Поскольку сокращение энергоемкости производства уменьшает спрос промышленности на кредит, рост пассивов увеличивает не активность коммерческих банков по кредитованию промышленности (рис. 17), а их активность на финансовых рынках ГКО (рис. 18) и МБК (рис. 19). Однако увеличение депозитов населения в сбербанке (рис. 20) изменяет не его активность на рынке ГКО, а увеличивает кредиты сбербанка юридическим лицам (рис. 21).

Таким образом, тенденция замещения энергоемких технологий трудоемкими в краткосрочном плане положительно влияет на экономику региона, потому что повышает конкурентоспособность промышленности и соответствует интересам основных экономических агентов. Однако в долгосрочном плане эта тенденция, конечно, закрепляет ее технологическое отставание от экономики развитых стран.

Приложения к главе 11

Приложение 1

На графиках жирные линии соответствуют базовому сценарию, а тонкие линии – данному сценарию.

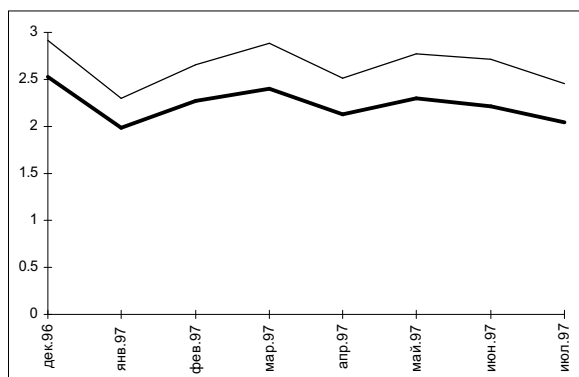


Рис. 1. Объем производства сектора 1

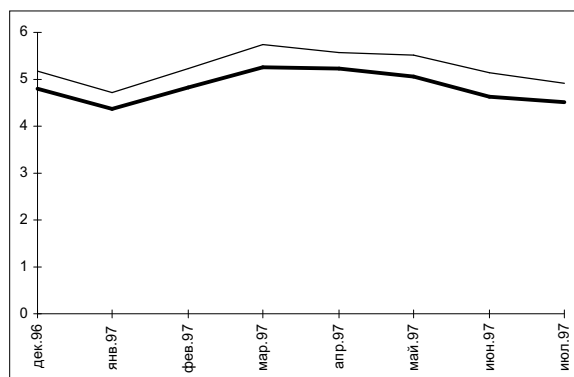


Рис. 2. Объем производства в регионе

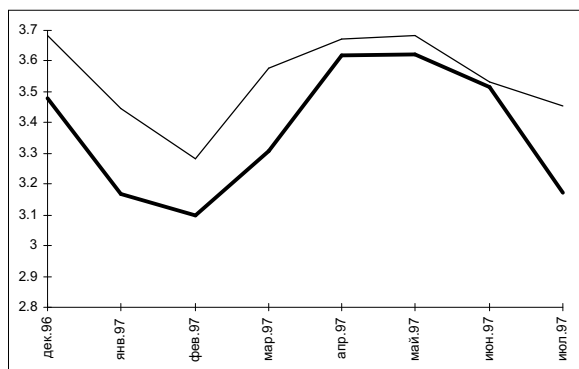


Рис. 3. Доходы населения до уплаты налогов

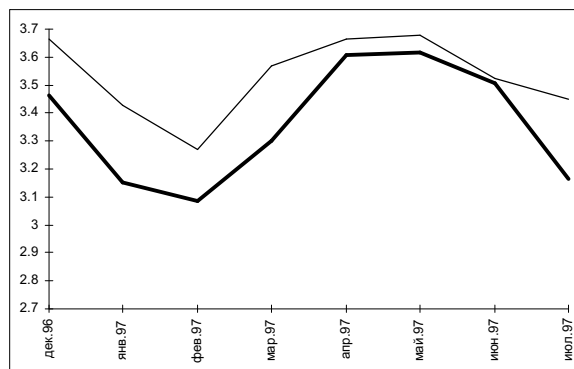


Рис. 4. Денежные расходы населения

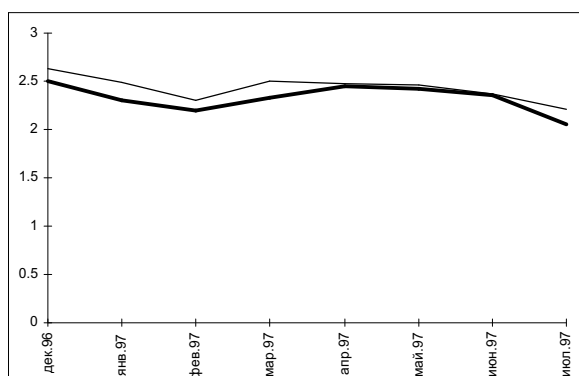


Рис. 5. Реальное потребление населения

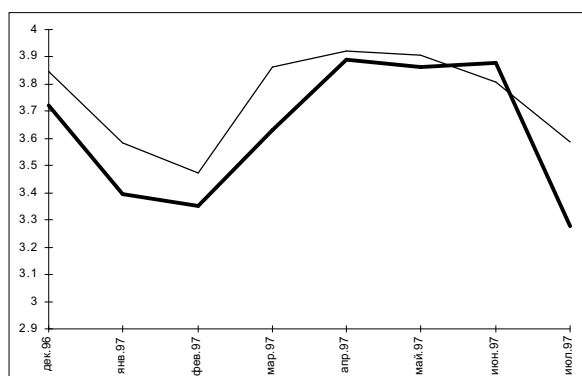


Рис. 6. Депозиты населения

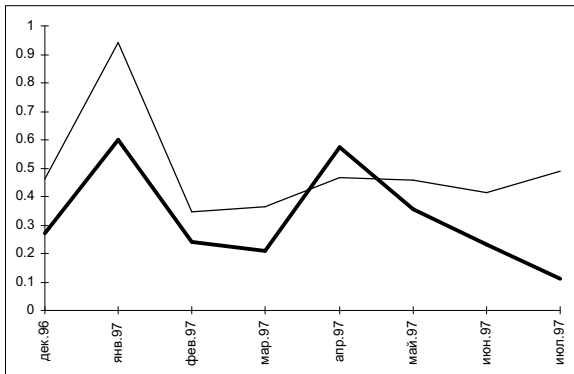


Рис. 7. Прибыль производителей до уплаты налогов

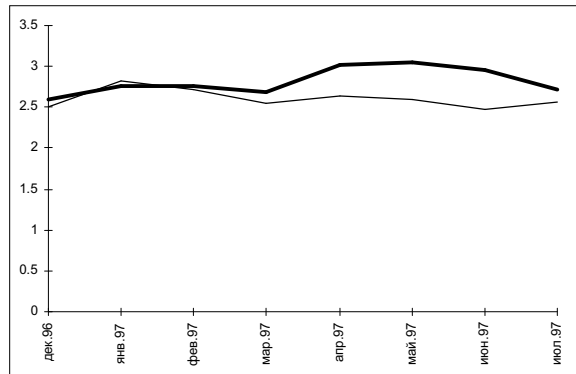


Рис. 8. Ссудная задолженность

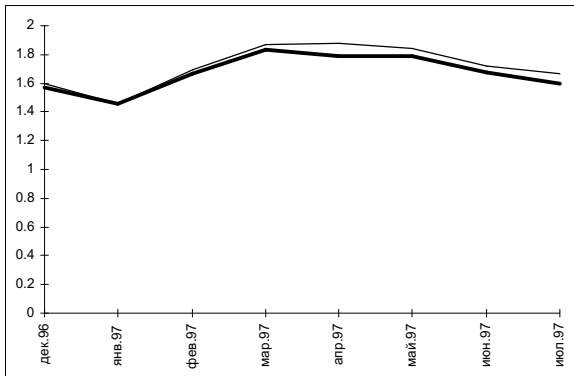


Рис. 9. Остатки расчетных счетов производителей

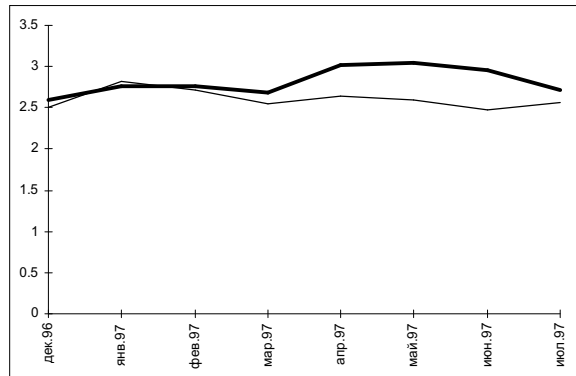


Рис. 10. Кредиты, выданные коммерческими банками

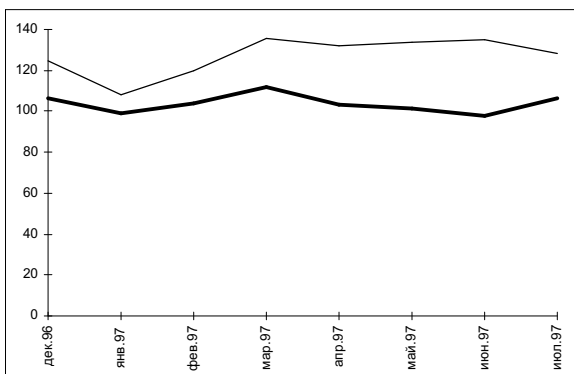


Рис. 11. Средневзвешенный процент за кредит

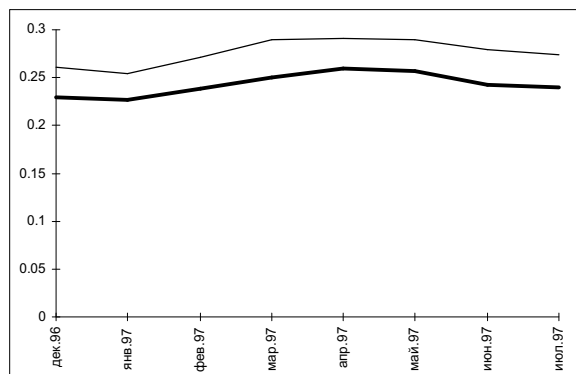


Рис. 12. Доходы коммерческих банков от кредитования

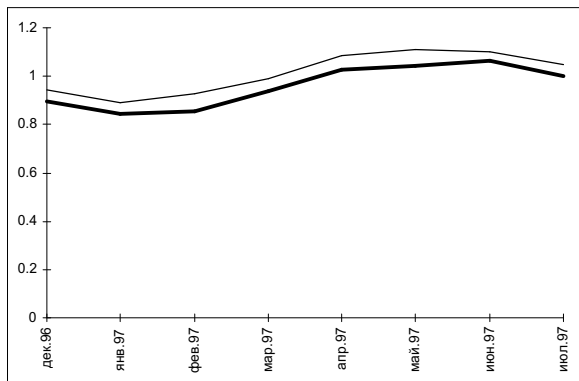


Рис. 13. Остаток ГКО коммерческих банков

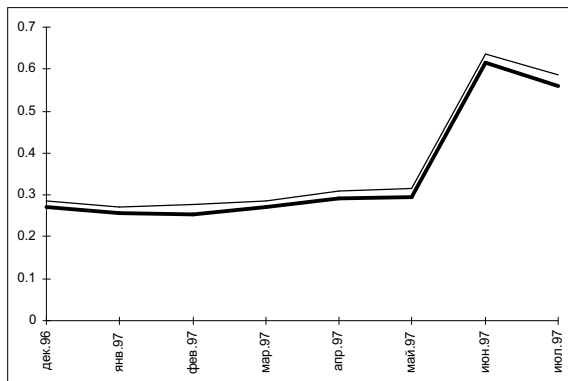


Рис. 14. Остатки задолженности коммерческих банков по МБК

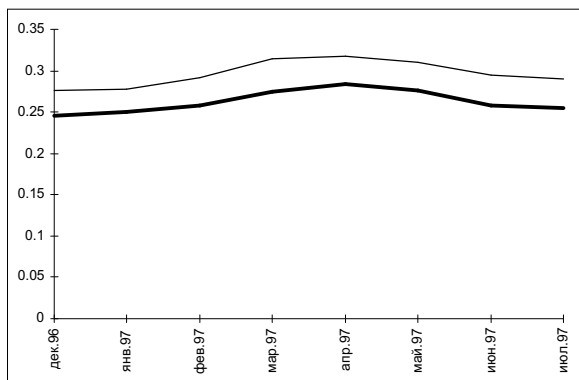


Рис. 15. Доходы коммерческих банков

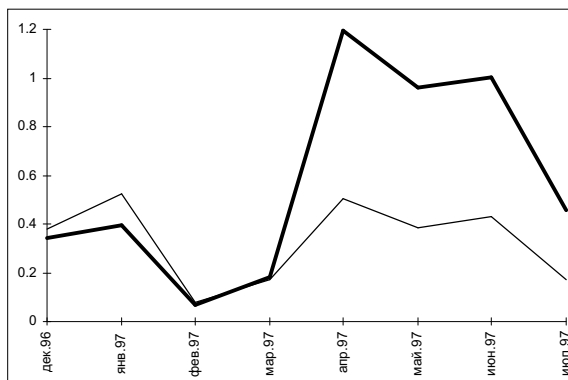


Рис. 16. Векселя, выданные коммерческими банками

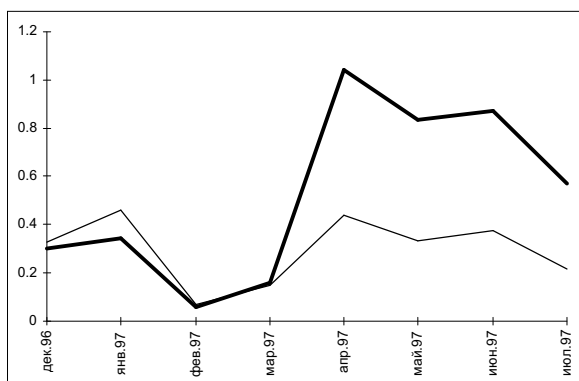


Рис. 17. Векселя, учтенные коммерческими банками

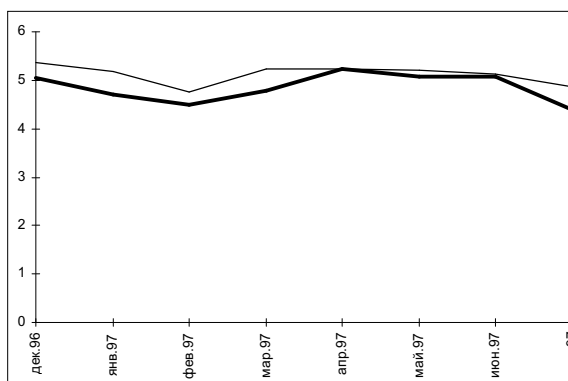


Рис. 18. Денежная масса M0

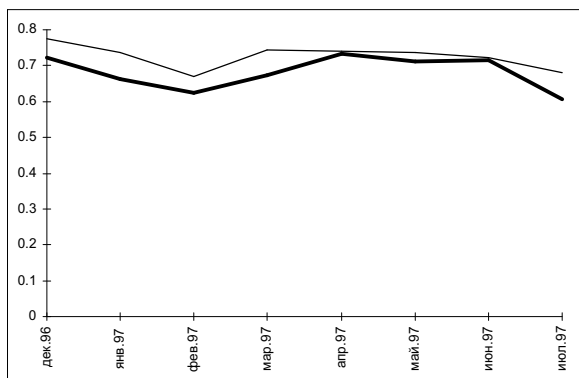


Рис. 19. Валюта у населения

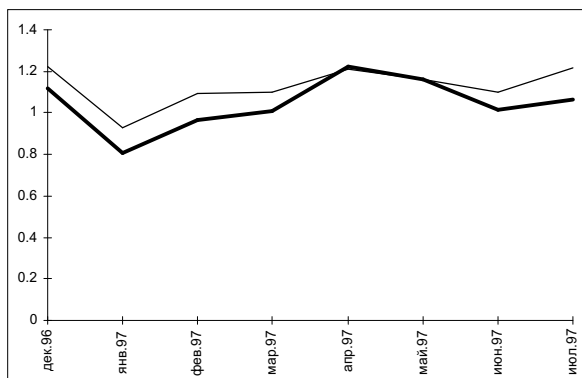


Рис. 20. Поступление налогов и сборов в бюджет региона

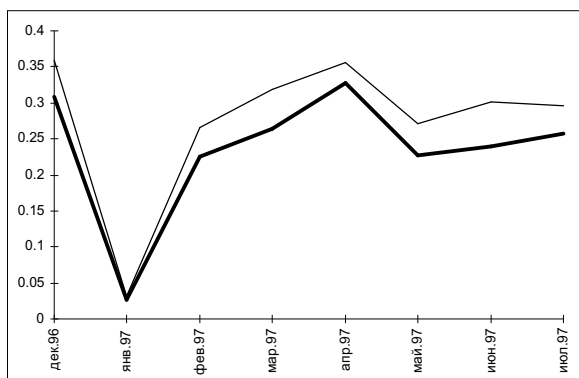


Рис. 21. Налоговые платежи по НДС производителей

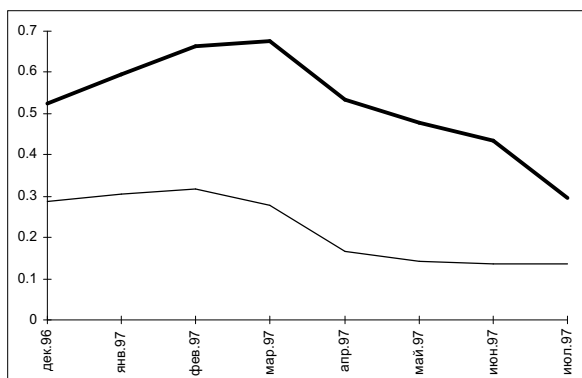


Рис. 22. Задолженность бюджета по зарплатам и пенсиям

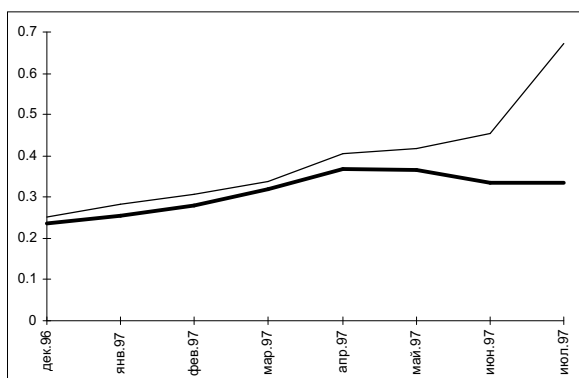


Рис. 23. Остатки расчетного счета бюджета

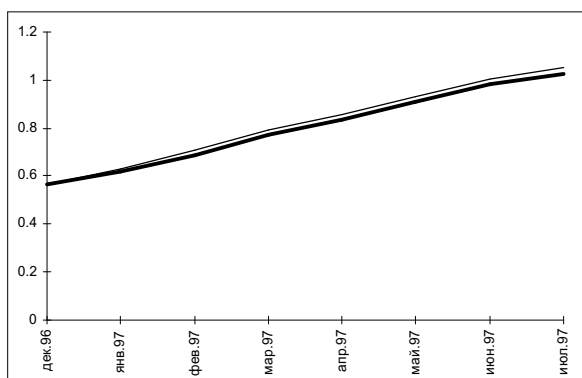


Рис. 24. Задолженность регионального бюджета по госзаказу

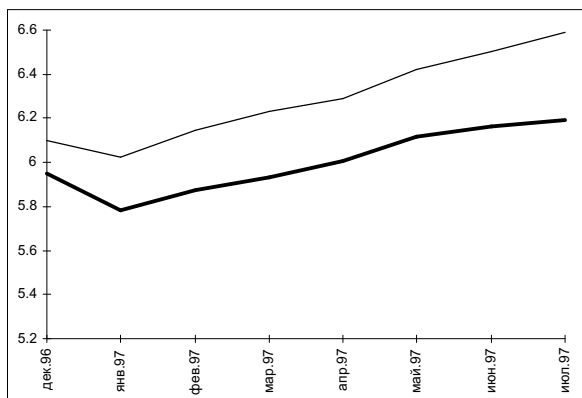


Рис. 25. Задолженность производителей бюджету

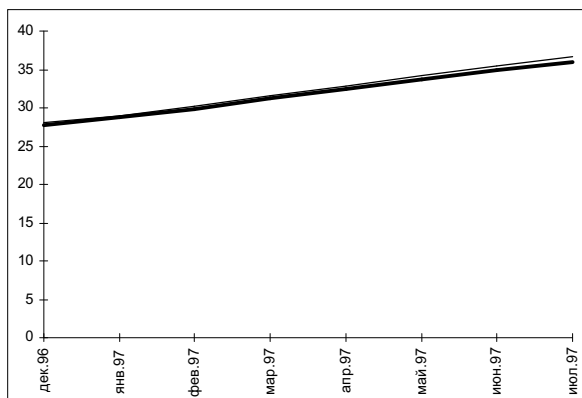


Рис. 26. Задолженность потребителей производителям

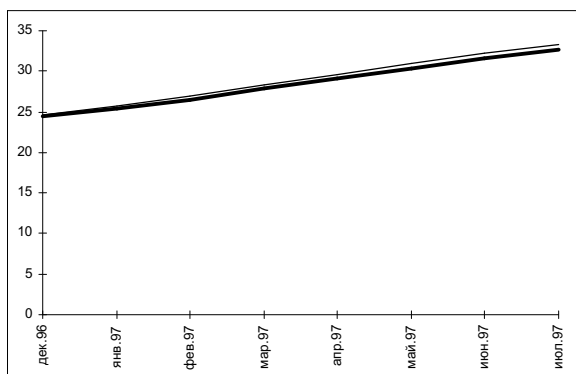


Рис. 27. Задолженность производителей поставщикам

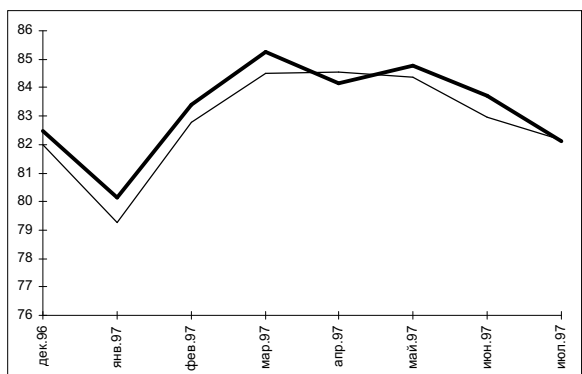


Рис. 28. Доля теневой зарплаты в доходах торговых посредников

Приложение 2

На графиках жирные линии соответствуют базовому сценарию, а тонкие линии – данному сценарию.

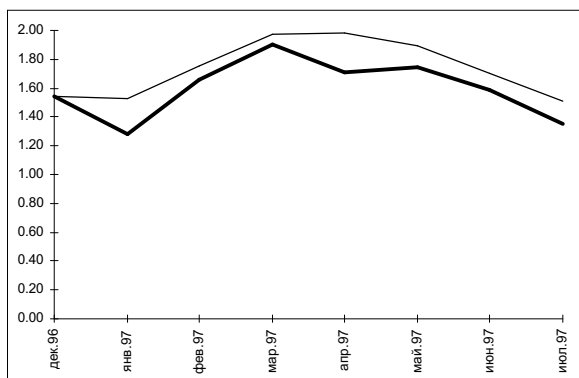


Рис. 1. Реальный объем производства товаров народного потребления

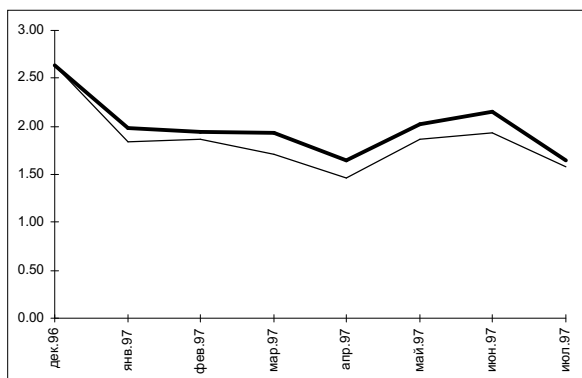


Рис. 2. Реальный взвоз продукции

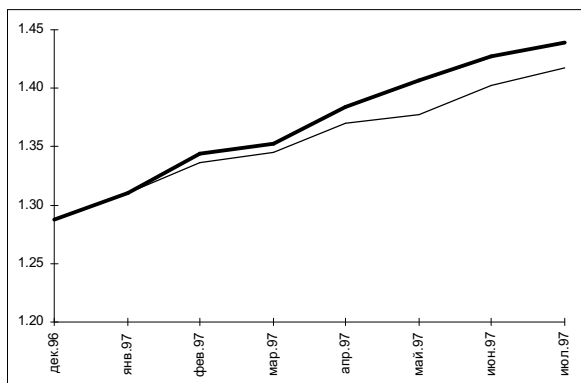


Рис. 3. Индекс потребительских цен в регионе

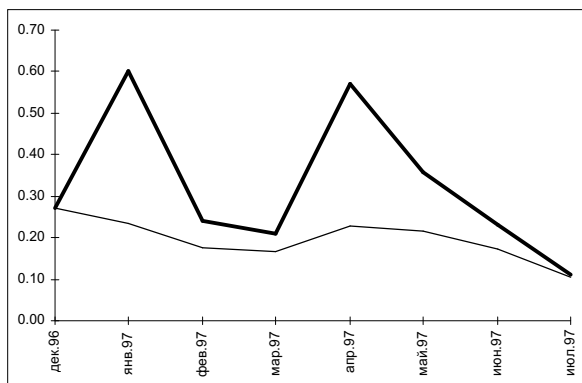


Рис. 4. Прибыль производителей до уплаты налогов

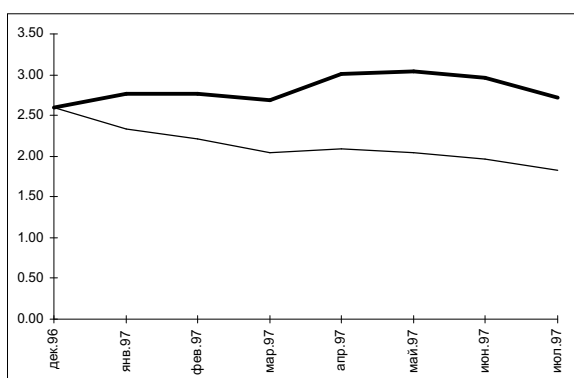


Рис. 5. Кредиты, выданные коммерческими банками

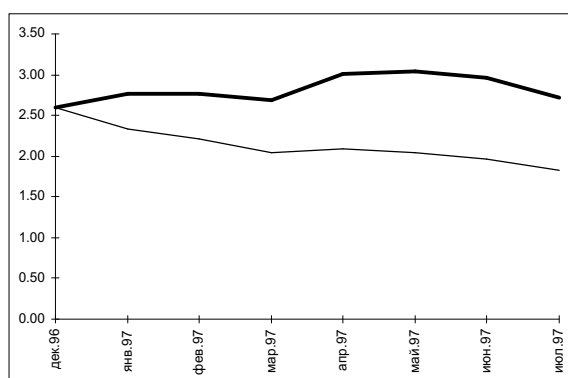


Рис. 6. Ссудная задолженность

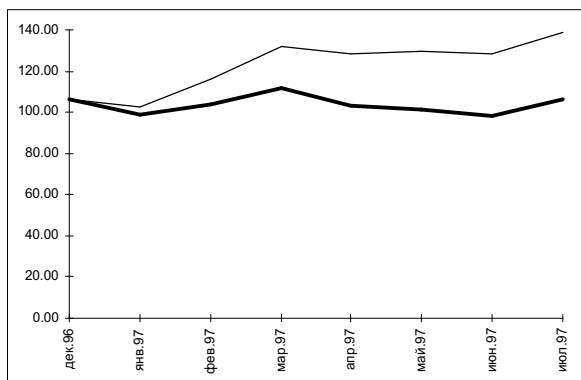


Рис. 7. Средневзвешенный процент за кредит

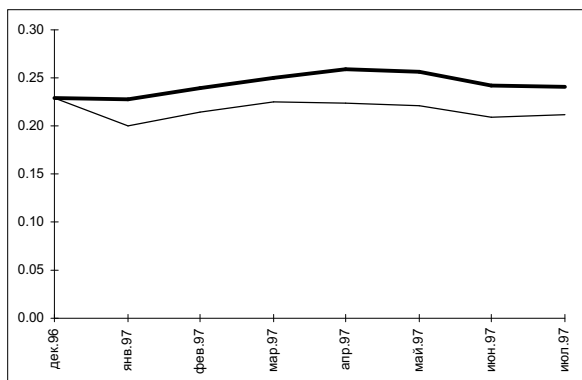


Рис. 8. Доходы коммерческих банков от кредитования

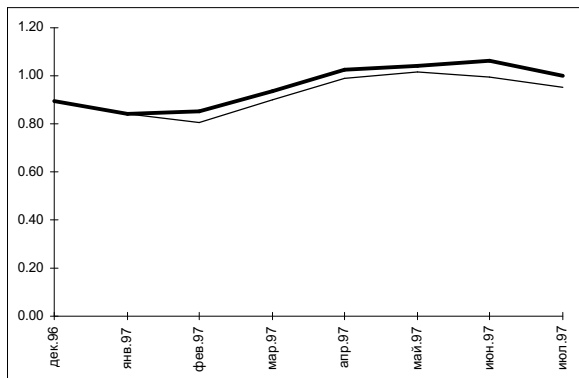


Рис. 9. Остаток ГКО коммерческих банков

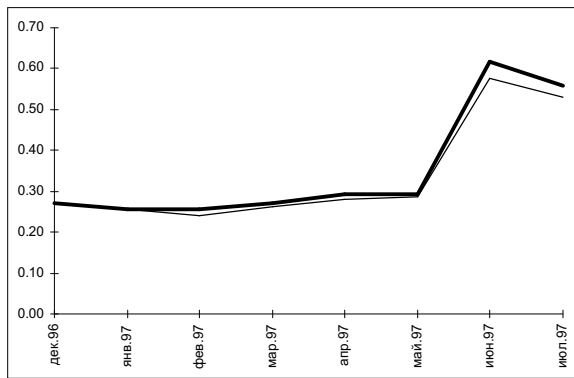


Рис. 10. Остатки задолженности коммерческих банков по МБК

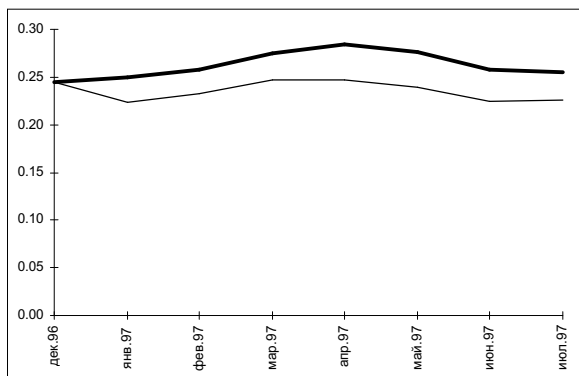


Рис. 11. Доходы коммерческих банков

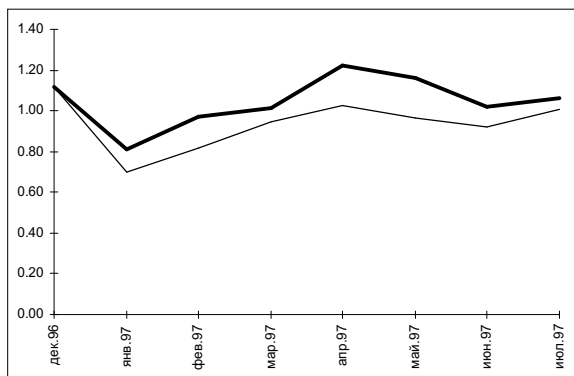


Рис. 12. Поступление налогов и сборов в бюджет

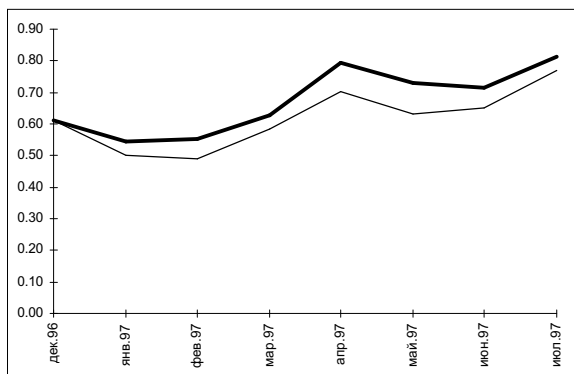


Рис. 13. Фактические выплаты населению из бюджета

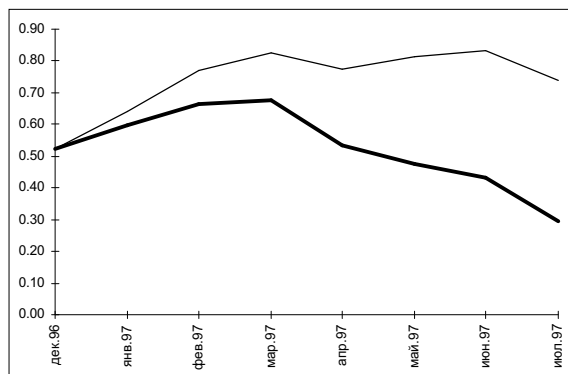


Рис. 14. Задолженность бюджета по зарплатам и пенсиям

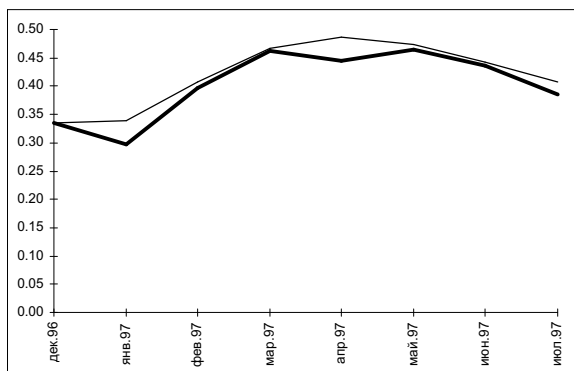


Рис. 15. Теневая зарплата занятых в производстве

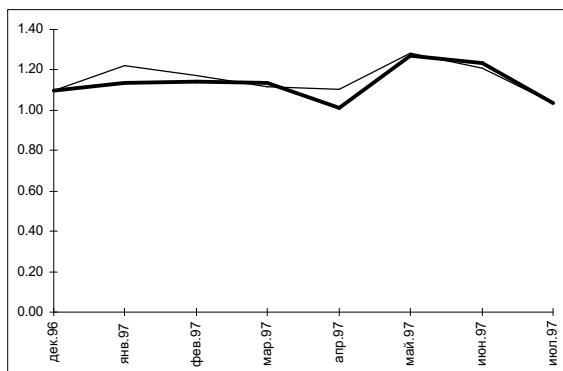


Рис. 16. Совокупные доходы занятых в производстве

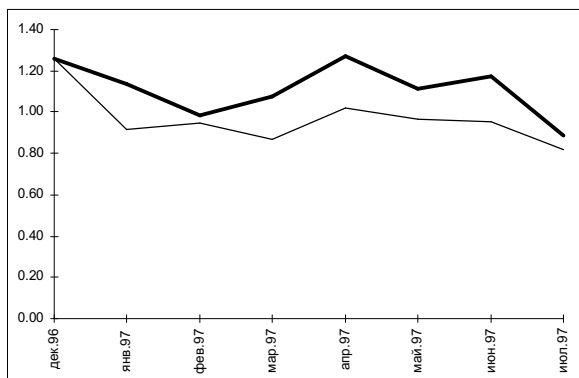


Рис. 17. Доходы менеджеров

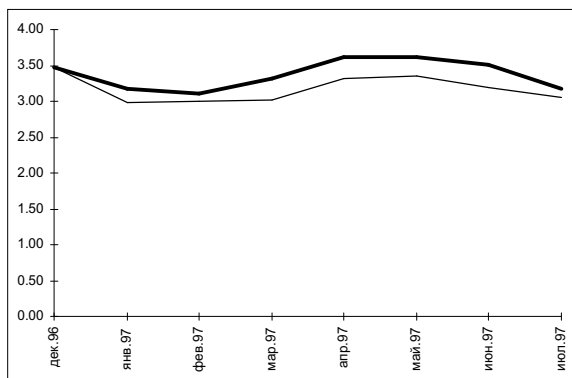


Рис. 18. Доходы населения до уплаты налогов

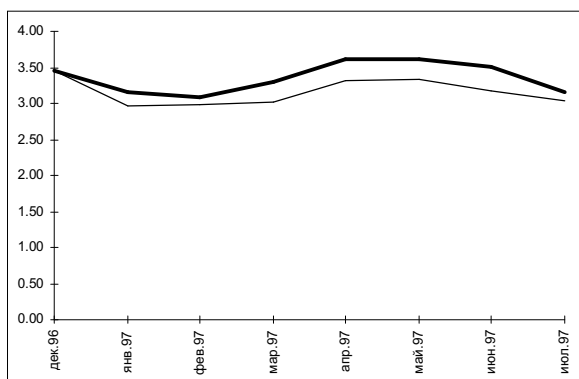


Рис. 19. Денежные расходы населения

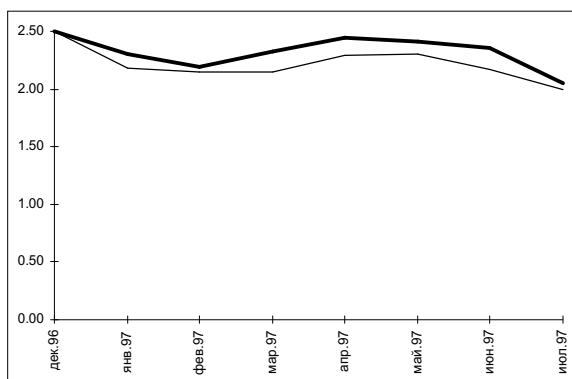


Рис. 20. Реальное потребление населения

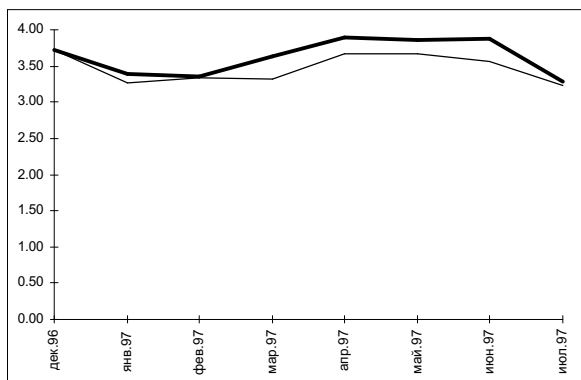


Рис. 21. Депозиты населения

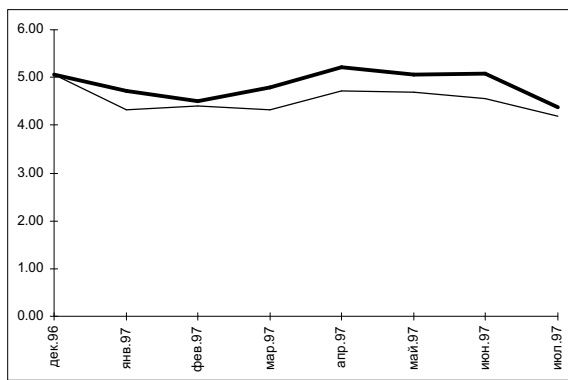


Рис. 22. Денежная масса M0

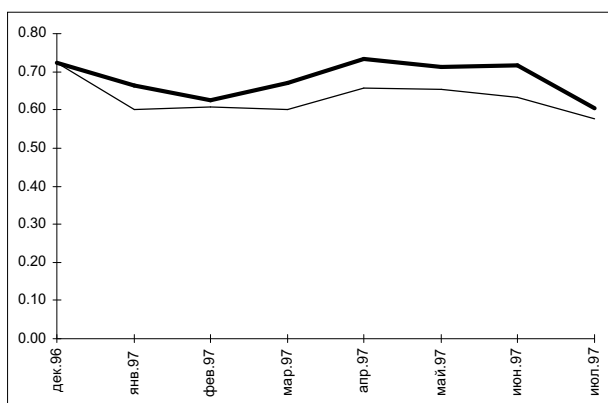


Рис. 23. Валюта у населения

Приложение 3

На графиках жирные линии соответствуют базовому сценарию, а тонкие линии — данному сценарию.

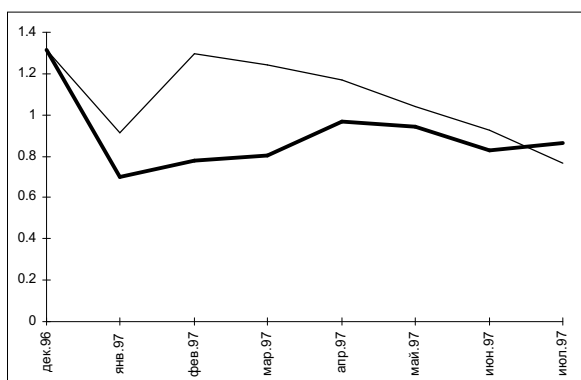


Рис. 1. Доходы бюджета области

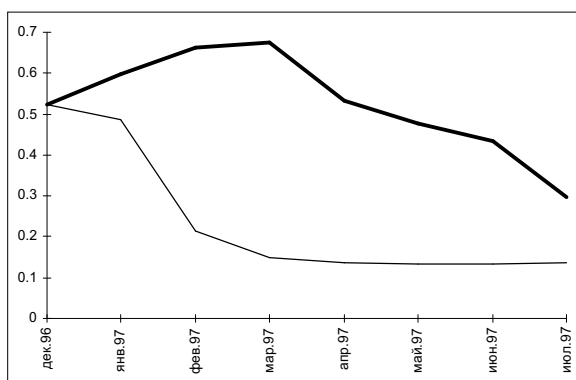


Рис. 2. Задолженность бюджета по зарплатам и пенсиям

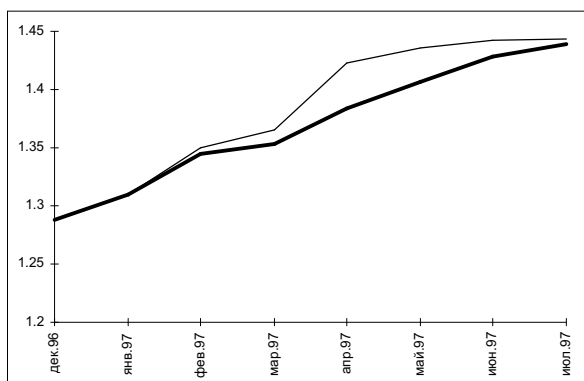


Рис. 3. Индекс потребительских цен в регионе

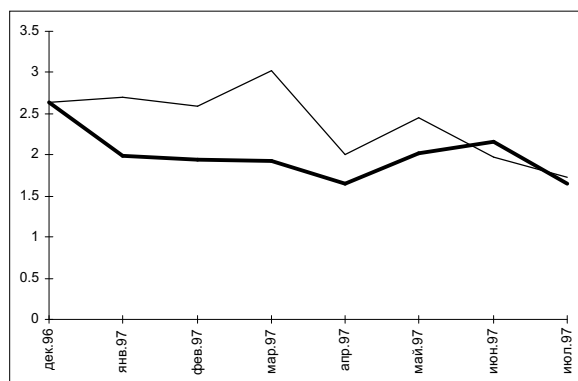


Рис. 4. Реальный ввоз продукции

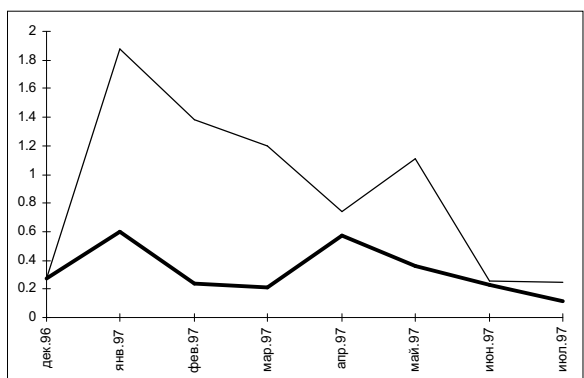


Рис. 5. Прибыль производителей до уплаты налогов

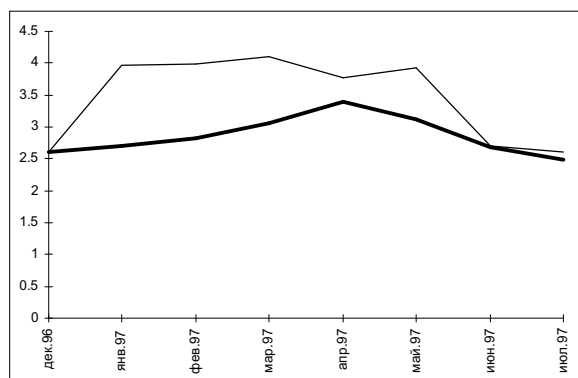


Рис. 6. Прибыль, созданная в регионе

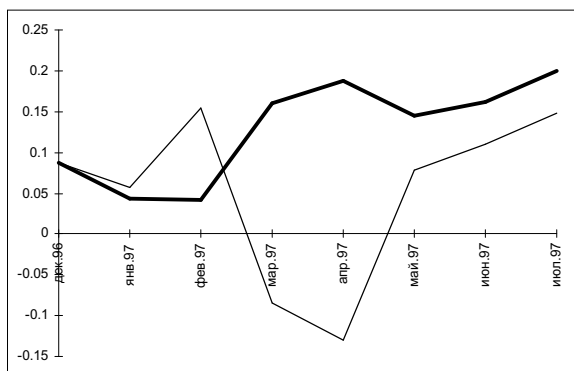


Рис. 7. Дефицит бюджета региона

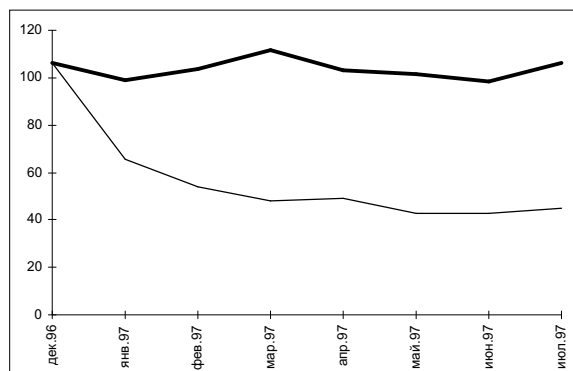


Рис. 8. Средневзвешенный процент за кредит

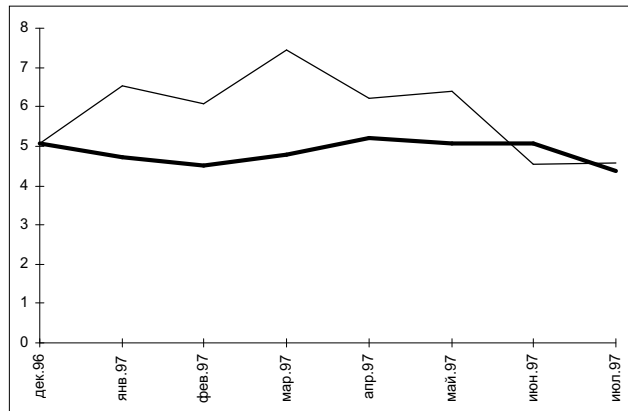


Рис. 9. Денежная масса M0

Приложение 4

На графиках жирные линии соответствуют базовому сценарию, а тонкие линии – данному сценарию.

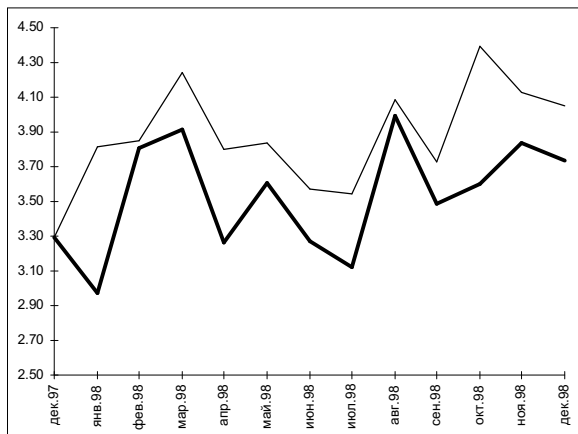


Рис. 1. Прибыль, созданная в регионе

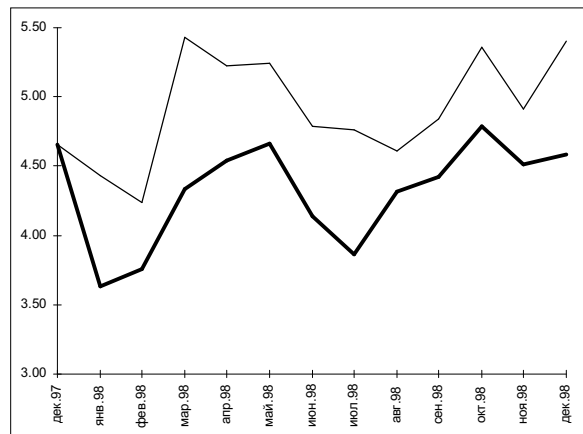


Рис. 2. Доходы населения до уплаты налогов

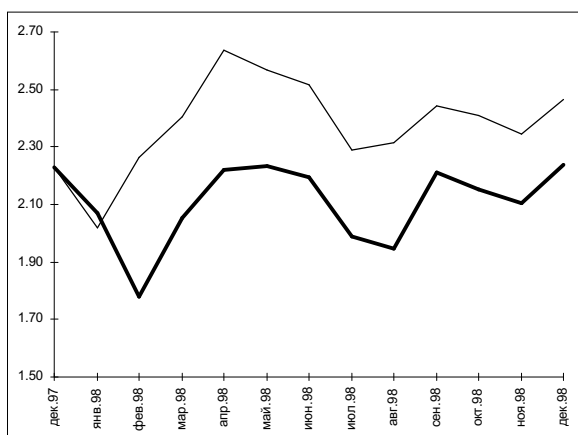


Рис. 3. Реальное потребление населения

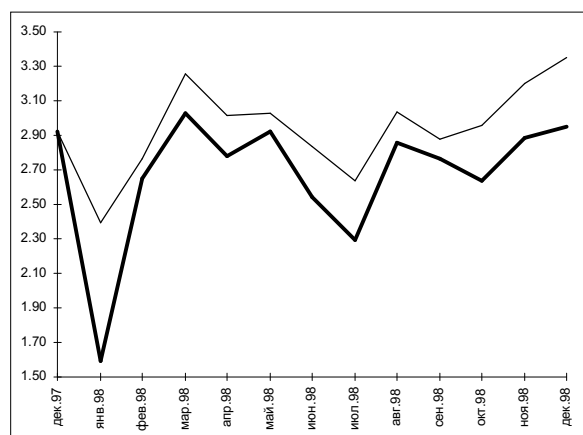


Рис. 4. Производство товаров народного потребления и платных услуг населению

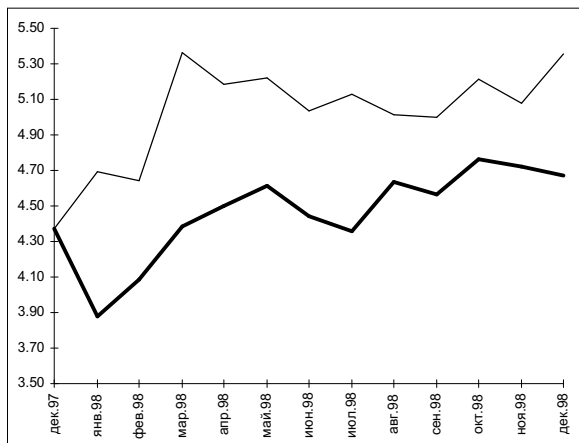


Рис. 5. Денежный агрегат M0

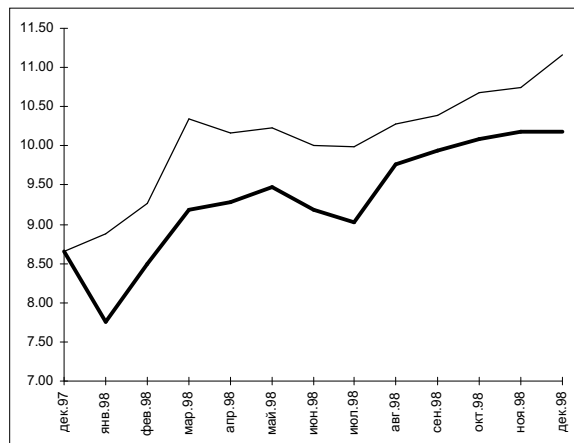


Рис. 6. Денежный агрегат M1

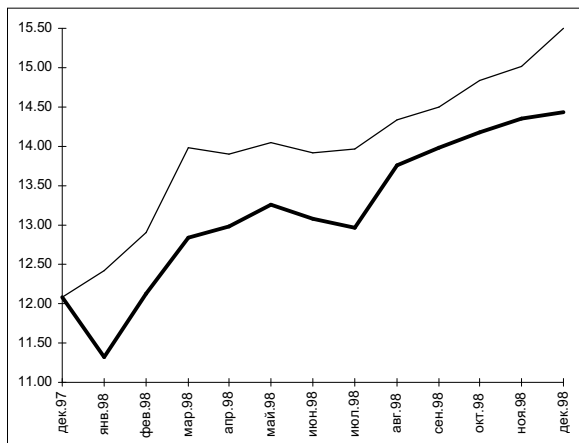


Рис. 7. Денежный агрегат M2

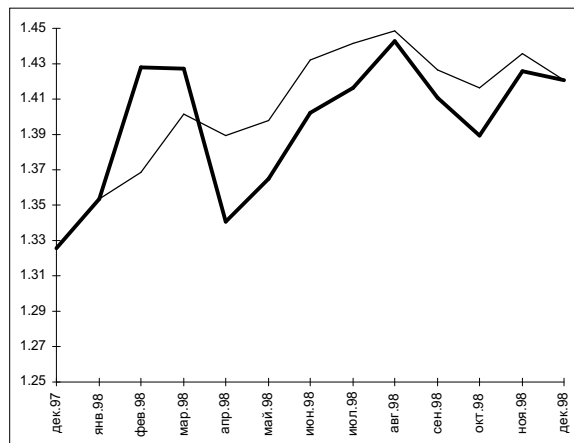


Рис. 8. Индекс потребительских цен в регионе

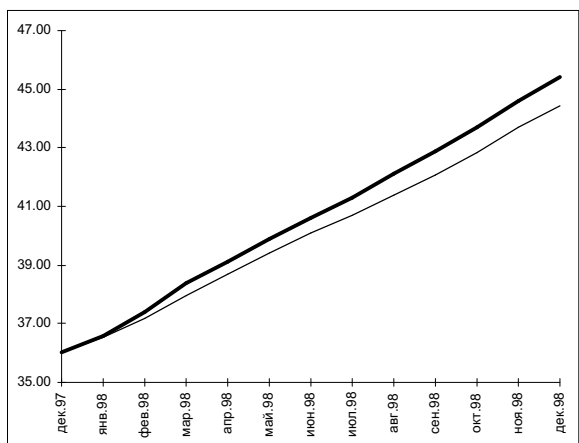


Рис. 9. Задолженность потребителей производителям

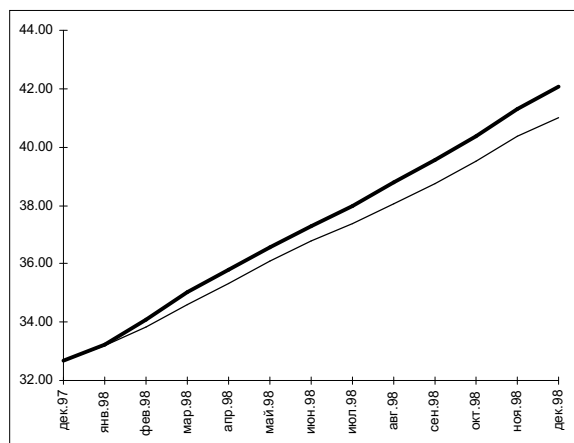


Рис. 10. Задолженность производителей поставщикам

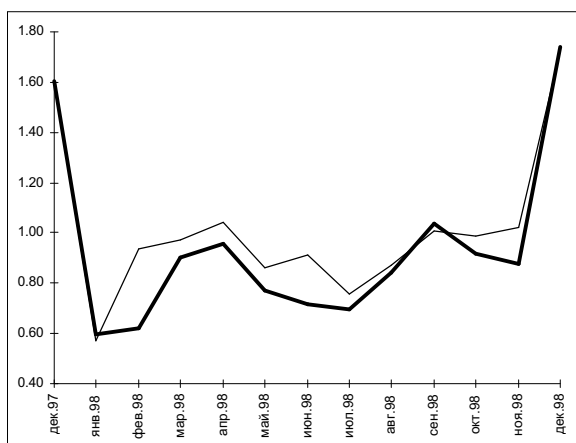


Рис. 11. Доходы регионального бюджета

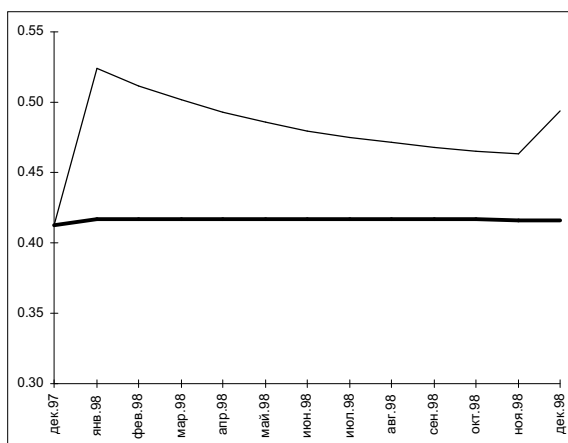


Рис. 12. Доходы внебюджетных фондов

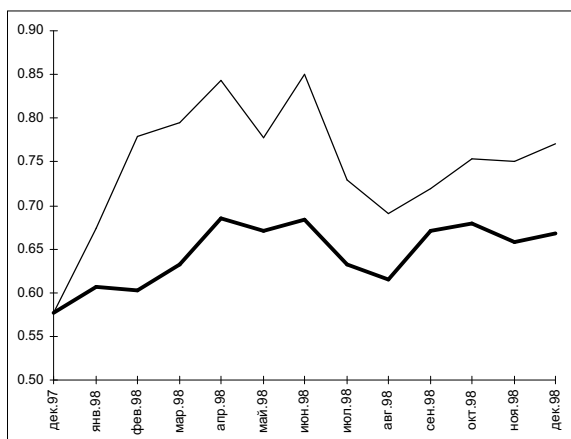


Рис. 13. Фактические выплаты из бюджета региона и внебюджетных фондов

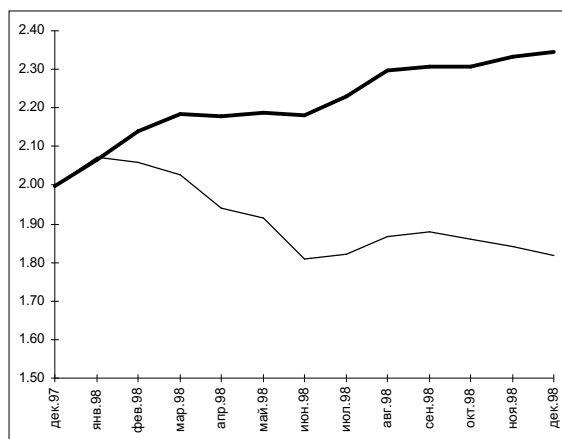


Рис. 14. Задолженность регионального бюджета по зарплате

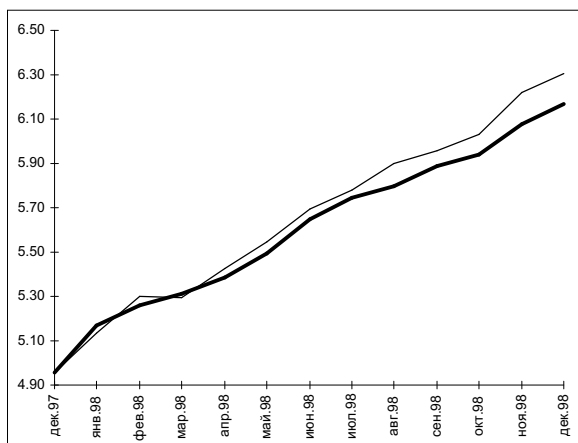


Рис. 15. Депозиты населения

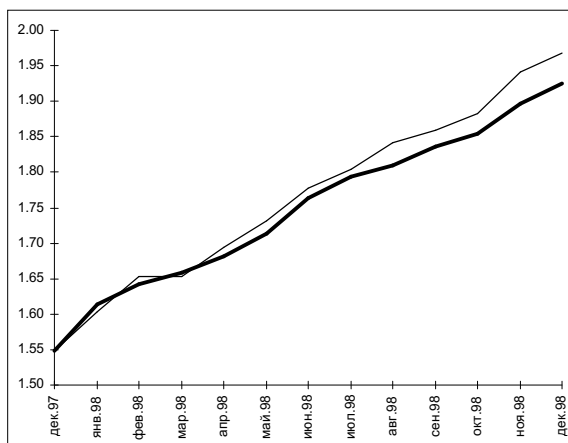


Рис. 16. Депозиты населения в коммерческих банках

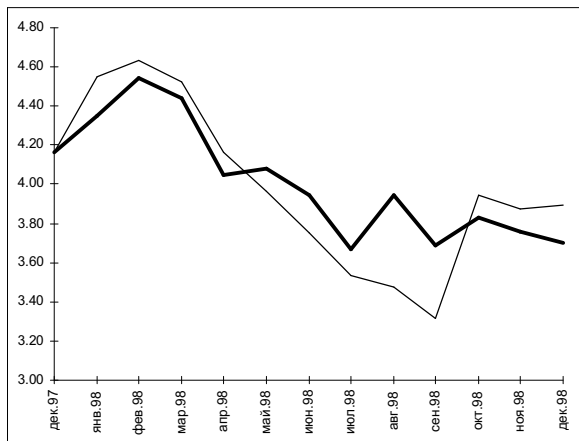


Рис. 17. Судная задолженность

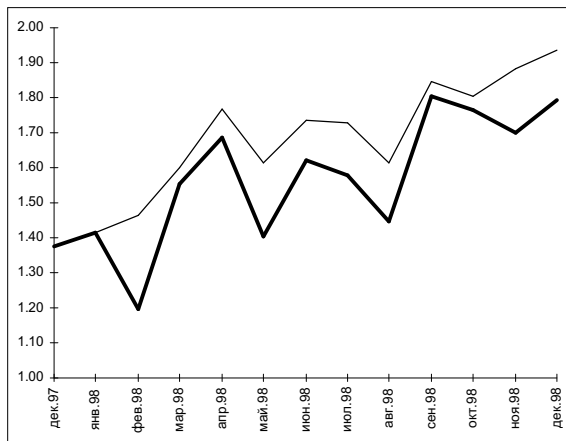


Рис. 18. Объем вложений коммерческих банков в ГКО

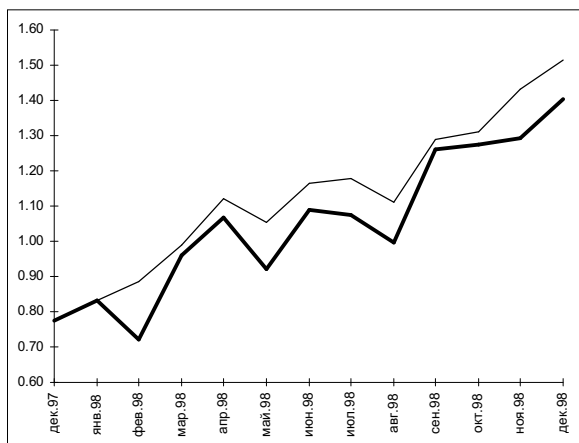


Рис. 19. Объем заимствований на рынке МБК

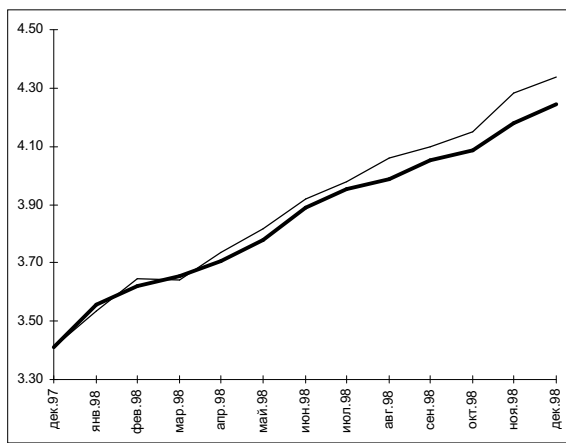


Рис. 20. Депозиты населения в сбербанке

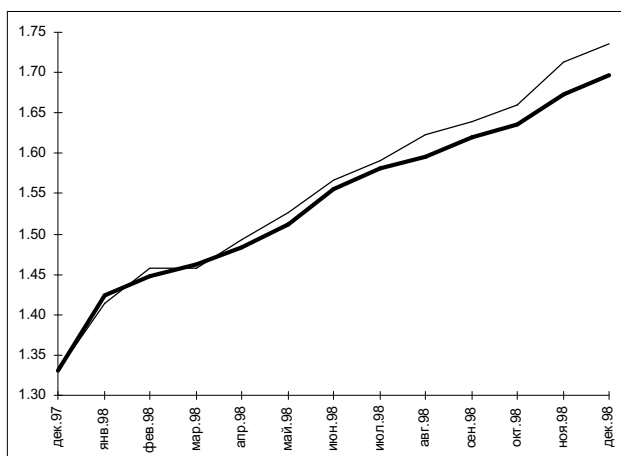


Рис. 21. Кредиты сбербанка юридическим лицам

ЛИТЕРАТУРА

1. **Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А.** Опыт математического моделирования экономики. М.: Энергоатомиздат, 1996. 554 с.
2. **Шананин А.А.** Агрегированное описание групп отраслей при помощи функции приведения разных конечных продуктов к однородному продукту. // Математическое моделирование: Процессы в сложных экономических и экологических системах. / Под ред. А.А. Самарского, Н.Н. Моисеева, А.А. Петрова. М.: Наука, 1986. С.106-147.
3. **Петров А.А., Шананин А.А.** Экономические механизмы и задача агрегирования модели межотраслевого баланса. // Математическое моделирование. 1993. Т.5, № 9. С.18-42.
4. **Bhattacharya S. and Thakor A.V.** Contemporary Banking Theory. // Journal of Financial Intermediation. 1994.
5. **Gertler M.** Financial Structure and Aggregate Economic Activity. // Journal of Money, Credit and Banking. Aug 1988.
6. **Гуриев С.М., Поспелов И.Г.** Модель общего равновесия экономики переходного периода. // Математическое моделирование. 1994. № 2. С.3-21.
7. **Schaffer M.E.** Bank-Enterprise Relations and Credit Allocation in Russia. 1995.
8. **Дмитриев М.Э., Матовников М.Ю., Михайлов Л.В., Сычева Л.И., Тимофеев Е.В.** Российские банки в начале финансовой стабилизации. // Доклад на конференции "Роль правительств в переходный период". РЭШ, Москва. 1996.
9. Russia's banking crisis. Brunswick Brokerage. Moscow. Aug. 1996.
10. **Клейнер Г.** Современная российская экономика как экономика физических лиц. // Вопросы экономики. 1996. № 4. С.81-95.
11. **Williamson O.** Markets and Hierarchies: Analysis and Antitrust Implications. New York: Free Press.
12. **Дементьев В.Е.** Инвестиционные и инновационные преимущества финансово-промышленных групп. // Экономика и математические методы. 1996. Т.32, Вып.2. С.25-37.
13. **Hart O. and Moore J.** Incomplete Contracts and Renegotiation. // Econometrica. 1988. Vol.56. Pp.755-786.
14. **Grossman S. and Hart O.** The Costs and Benefits of Ownership: A Theory of Vertical and Lateral Integration. // Journal of Political Economy. 1986. Vol. 94. Pp.691-719.
15. **Thomas J. and Worrall T.** Foreign Direct Investment and Risk of Expropriation. // Review of Economic Studies. 1994. Vol.61. Pp.81-108.
16. Текущие тенденции в денежно-кредитной сфере. // Центральный банк РФ. № 1-5. Москва. 1996.
17. **Гуриев С.М., Поспелов И.Г.** Модель деятельности банка при отсутствии инфляции и экономического роста. // Экономика и математические методы. 1997. Т.33. Вып.3. С.141-153.
18. **Stiglitz J. and Weiss A.** Credit Rationing in Markets with Imperfect Information. // American Economic Review. 1981.

19. **Антонов М.В., Поманский А.Б.** Рационалирование и алгоритм эффективного распределения заемных средств. // Экономика и математические методы. 1994. Т.30. Вып.1.
20. **Полтерович В.М.** Рационалирование кредита в переходной экономике. // Экономика и математические методы. 1995. Т.31. Вып.1.
21. **Kletzer K. and Roldos J.** The Role of Credit Markets in a Transition Economy with Incomplete Public Information. IMF Working Papers. 1996.
22. **Guriev S.** Linear non-expected utility: axiomatization, examples and applications. Computing Center of Russian Academy of Science. mimeo. 1996.
23. **Yaari M.** The Dual Theory of Choice under Risk. // Econometrica. 1987. Vol.55. Pp.95-115.
24. **Duffie D., Epstein L.G.** Stochastic Differential Utility. // Econometrica. 1992. Vol.60, № 2. Pp.353-394.
25. **Прохоров Ю.В., Розанов Ю.А.** Теория вероятностей. Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы. Справочник. М.: Наука, 1987. 400 с. (Справочная Математическая Библиотека)
26. **Никайдо Х.** Выпуклые структуры и математическая экономика. М.: Мир, 1972. 517 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ЧАСТЬ I. ЭВОЛЮЦИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ОТНОШЕНИЙ В РОССИИ ПОСЛЕ РЕФОРМЫ	3
ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. СЦЕНАРИЙ НОВЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ОТНОШЕНИЙ.....	6
ЧАСТЬ II. НЕКОТОРЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКОНОМИКИ ПЕРЕХОДНОГО ПЕРИОДА	10
ГЛАВА 2. НЕОКЛАССИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА С УЧЕТОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СОБСТВЕННОСТИ.....	10
ГЛАВА 3. МОДЕЛЬ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ БАНКА В ЗАСТОЙНОЙ ЭКОНОМИКЕ.....	23
3.1. Введение	23
3.2. Модель банка	25
3.2.1. Текущие операции.....	26
3.2.2. Решение задачи управления ликвидностью	30
3.3. Модель предприятия	34
3.4. Равновесие по Штакельбергу	36
3.5. Заключение	37
ГЛАВА 4. МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ СБЕРЕЖЕНИЙ НАСЕЛЕНИЯ.....	38
4.1. Экономический агент "население"	38
4.2. Модель осторожного поведения потребителя	39
ЧАСТЬ III. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ	46
ГЛАВА 5. ОБЩАЯ СХЕМА МОДЕЛИ	46
ГЛАВА 6. ОПИСАНИЕ ПРОИЗВОДИТЕЛЕЙ	50
6.1. Описание производства в подсекторах	52
6.2. Описание связей подсекторов с поставщиками и потребителями	55
6.3. Описание механизмов регулирования производственно-экономической деятельности производителей (подсекторов), входящих в финансово-промышленную группу	57
6.4. Анализ условий оптимальности и экономическое поведение производителя (подсектора)	61
6.5. Уравнения материальных и финансовых балансов производителей	71
ГЛАВА 7. ОПИСАНИЕ ТОРГОВО-ПОСРЕДНИЧЕСКИХ СТРУКТУР	74
7.1. Функция издержек торгово-посреднической структуры и ее экономическое поведение	74
7.2. Финансовые балансы торгово-посреднической структуры.....	82
ГЛАВА 8. ОПИСАНИЕ БАНКОВСКОЙ СИСТЕМЫ.....	83
8.1. Описание коммерческого банка	83
8.1.1. Общая схема описания взаимодействия банка с клиентом	83
8.1.2. Управление ликвидными активами и операции на рынках: ГКО и МБК	85
8.1.3. Определение процентной ставки по кредиту клиентам	87
8.1.4. Определение остатков ссудных счетов клиентов	91
8.1.5. Вычисление остатков счетов коммерческого банка, эффективных процентов и банковской прибыли; финансовый баланс коммерческого банка в модели	93
8.2. Описание сберегательного банка	97

ГЛАВА 9. ОПИСАНИЕ НЕПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СФЕРЫ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АГЕНТОВ	98
9.1. Описание потребительского поведения населения	98
9.1.1. Группы потребителей и их доходы	98
9.1.2. Макромодель поведения группы потребителей	101
9.2. Описание регионального бюджета и внебюджетных фондов	103
9.2.1. Экономические функции областной администрации	103
9.2.2. Доходы бюджета и внебюджетных фондов и задолженности агентов по платежам в бюджет и внебюджетные фонды	104
9.2.3. Расходы и задолженность бюджета и внебюджетных фондов	106
9.3. Описание взаимодействий экономических агентов	110
ЧАСТЬ IV. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С МОДЕЛЮ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ	113
ГЛАВА 10. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛИ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ В ПРИКЛАДНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ	113
10.1. Применение модели для экономического анализа и прогнозирования	113
10.2. Идентификация и верификация модели: базовый сценарий	117
ГЛАВА 11. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕКОТОРЫХ СЦЕНАРИЕВ ЭВОЛЮЦИИ ЭКОНОМИКИ	119
11.1. Сценарий 1: улучшение конъюнктуры на рынке продукции ведущей отрасли экономики региона	120
11.2. Сценарий 2: административное сокращение неплатежей производителей в регионе	121
11.3. Сценарий 3: сокращение теневого оборота в экономике региона	123
11.4. Сценарий 4: деиндустриализация экономики региона	125
Приложения к главе 11	127
Приложение 1	127
Приложение 2	131
Приложение 3	135
Приложение 4	137
ЛИТЕРАТУРА	141