

## **ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЗНАНИЙ, СОДЕРЖАЩИХСЯ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ЭКОНОМИКИ\***

В работе рассматриваются результаты выявления знаний специалистов в профессиональной области создания и исследования математических моделей системного анализа развивающейся экономики. Эта область научно-исследовательской деятельности в силу ряда причин плохо поддается структуризации. Разработана каноническая форма представления математических моделей, которая помогает установить содержательные связи между общей концепцией и конкретными математическими моделями системного анализа развивающейся экономики. В статье дана общая структура канонической формы и рассмотрен пример представления математической модели в канонической форме. Эксперименты с моделями показали, что каноническая форма служит для специалиста эффективным инструментом улавливания и введения в общезначимость его индивидуальных представлений. Сформулирована проблема создания системы интеллектуальной поддержки исследователя, создающего новую модель данного класса объектов. Система использует для принятия решений два типа моделей: математические и логико-лингвистические.

**Введение.** В экономике математические методы имеют давнюю традицию, но, в то же время, довольно ограниченное практическое применение. Это объясняется сложностью и неопределенностью объекта исследования. Экономика не только сложно структурирована, изменяются элементы и связи, образующие ее структуры. Одни изменяются настолько быстро, что не поддаются научному наблюдению, другие остаются неизменными длительное время и подвергаются научному анализу. К сожалению, относительно стабильными долго остаются только самые общие макроструктуры, поэтому теоретические результаты в экономике носят качественный и даже идеологический характер. Это же относится к математическим моделям экономики. Долго живут и всем известны, например, модель общего экономического равновесия Вальраса или балансовая модель Леонтьева, которые имеют характер научных парадигм. Попытка применить их для изучения конкретных ситуаций сталкивается в каждом случае со специфическими трудностями описания конкретных связей и отношений, которые не рассматриваются общей теорией, и интерпретации общих понятий в терминах показателей, которые регистрируются экономической статистикой. К тому же методы исчисления показателей в экономической статистике сложились эмпирически и строго не обоснованы экономической теорией, поэтому модель нельзя корректно обосновать экспериментально.

---

\* Работа выполнена при поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований (код проекта 94-01-00943).

В результате модель, ориентированная на прикладные исследования актуальных экономических проблем, обречена на недолгую жизнь - все время возникают новые проблемы, для анализа которых требуются новые модели. Остается опыт математического моделирования экономики, который повышает квалификацию авторов модели, но, к сожалению, не становится общим знанием. Принятая форма журнальной статьи ограничивает изложение формальной структурой модели и описанием только самых интересных результатов ее анализа. За рамками статьи остается авторская концепция математического моделирования экономики и путь его рассуждений, на котором общая концепция сузилась и углубилась до конкретной математической модели. Чтобы сделать

эти знания общедоступными, мы предлагаем новую модель знаний об экономических моделях. Знания о моделях предлагается фиксировать, записывая модель в особой форме, которую мы называем канонической.

Каноническая форма представления модели - это система классификации соотношений, образующих математическую модель, и переменных, которые входят в соотношения. Привести модель к канонической форме - это значит преобразовать определенным образом ее соотношения и затем отнести эти соотношения и входящие в них переменные к предлагаемым канонической формой категориям. Хотя каноническая форма содержит много условий корректности классификации, эти условия необходимые, а не достаточные, поэтому в классификации остается значительный произвол. Относя тот или иной элемент модели к некоторому разряду, мы приписываем элементу определенный смысл. Именно поэтому каноническая форма оказывается средством представления знаний о модели.

Вполне возможно, что одну и ту же систему соотношений можно по разному представить в канонической форме. Это означает, что данная система имеет несколько экономических интерпретаций. Наоборот, может случиться так, что две разные системы уравнений приобретут в канонической форме тождественные структуры. Это значит, что данные системы по-разному описывают одни и те же аспекты экономики. Более того, определив надлежащим образом морфизмы канонических форм, сохраняющие те или иные элементы их структуры, мы получим инструмент оценки сходства моделей. Этот инструмент, в частности, может быть использован для решения вопроса о возможности заимствовать описания из одной модели в другую. Наконец, оказывается возможным сопоставить многие элементы канонической формы с общеупотребительными экономическими понятиями. Это позволяет, с одной стороны, вкладывать новую модель в общий контекст экономической науки, а с другой - выяснить, как реализуются экономические понятия в конкретных моделях, и тем самым придать этим понятиям строгий смысл.

Подход к разработке канонической формы и созданию системы основан на 20-летнем опыте математического моделирования экономики, накопленном в отделе ~~Математическое моделирование экономиче~~ ~~ских систем~~ Вычислительного центра РАН. За это время создано около двух десятков математических моделей рыночной экономики, плановой административно регулируемой экономики, смешанной экономики, экономики переходного периода. Все модели построены в рамках единого теоретического подхода, который назван Системным анализом развивающейся экономики (САРЭ) [1,2]. Опыт исследований показал, что системный анализ развивающейся экономики позволяет выявить структуру сложной экономической проблемы и предложить конструктивный подход к ее решению. Математические модели САРЭ неоднократно использовались на практике и давали нетривиальные качественные результаты, прояснявшие существо изучаемых проблем. В настоящее время модели САРЭ используются для исследования новых сложных экономических проблем переходного периода.

Проектируемая система интеллектуальной компьютерной поддержки математического моделирования экономики предназначена для поддержки всех этапов работы с математическими моделями САРЭ: построения новой модели с учетом предшествующего опыта работы с ранее созданными моделями; информационного наполнения модели и идентификации ее параметров; анализа модели, т.е. изучения ее свойств и формирования ее образа; верификации модели и интерпретации результатов вычислительных экспериментов с ней.

Проектируя компьютерную систему, мы учитываем опыт разработки интеллектуальных пакетов прикладных программ и систем, основанных на знаниях. Пакеты прикладных программ используются в основном в физико-технических областях приложений, где найдены общие принципы описания широкого круга явлений, созданы

теоретические модели, основанные на общих принципах, выработана методология вычислительного эксперимента и модели проверены многочисленными прикладными расчетами [3]. Пакеты позволяют исследовать широкий класс задач, в том числе и те, которые еще не встречались в практике экспертов. Однако область применимости модели описана абстрактно, а в каждом конкретном случае возникает масса обстоятельств, от которых зависит настройка пакета и планирование вычислительного эксперимента. Исследователю каждый раз приходится заниматься конкретизацией общей постановки задачи и специальной подгонкой параметров модели для новых расчетов.

Экспертные системы большей частью используются в областях приложений описательных наук [4]. Они основаны на логико-лингвистических моделях, представляющих собой набор правил действий в определенных ситуациях, каждая из которых характеризуется набором признаков. Если возникает ситуация, с которой эксперт никогда не встречался, система часто отказывается давать решение. Парадоксально, но основанные на знаниях системы, работающие в плохо формализуемых областях, построены крайне формализованным, жестким образом. Суть парадокса в том, что такие системы не знают общего универсального закона, а перечисляют множества конкретных решений для множества конкретных ситуаций. Поэтому, чтобы расширять область применимости системы, надо постоянно контролировать, заменять, обновлять правила принятия решений. Систематизация этой деятельности постепенно синтезирует универсальные отношения между обобщенными характеристиками типовых ситуаций, иными словами, некую теоретическую модель предметной области

В последнее время интенсивно разрабатываются и интеллектуальные пакеты, и интегрированные экспертные системы, использующие для принятия решений и математические, и логико-лингвистические модели [5]. Четкой границы между ними не существует. Нам кажется привлекательной идея интегрированной системы. Однако специфика задачи формального представления индивидуального знания специалиста о точном научном знании - математических соотношениях - требует, чтобы проектируемая компьютерная система базировалась не на моделях заранее заданной жесткой структуры, а на классификации моделей, представленных в канонической форме. Это сделает систему гибкой, потому что оставит за пользователем свободу отнести конкретную модель к тому или иному классу в соответствии с собственной логикой рассуждений, в которой отражаются его накопленный опыт, интуиция, личные вкусы и предпочтения, т.е. не препятствует творчеству. В то же время система будет достаточно строгой, потому что контролирует выполнение некоторых обязательных правил построения моделей.

Заметим, что в методологии математического моделирования проблема интеллектуальной компьютерной поддержки так еще не ставилась. Действительно, известные прикладные системы основаны на определенных классах моделей и помогают настраивать модели под конкретную задачу. Мы ставим проблему иначе: разработать процедуры интеллектуальной поддержки исследователя, создающего новую модель данного класса объектов.

**1. Принципы системного анализа развивающейся экономики и общая структура канонической формы представления математических моделей.** Полное описание канонической формы модели САЭ занимает несколько десятков страниц [6] и представляет собой гипертекст, который трудно читать в линейном изложении. Здесь мы дадим лишь общее представление о ее структуре.

Каноническую форму для моделей САЭ удалось построить потому, что все эти модели основаны на общих принципах. В них выражены наши представления о том, что такое экономика и как ее следует описывать. Наши общие представления об экономике кратко сформулированы в пп. Э1-Э9.

Э1. Экономика - это динамическая самоорганизующаяся система, изменение состояния которой происходит в основном в силу ее внутренних механизмов.

Э2. Как система, экономика входит составной частью в ноосферу, взаимодействуя с другими общественными системами и с природной средой. Экономическая деятельность общества в конечном итоге сводится к преобразованию ресурсов природы в блага, потребление которых удовлетворяет разнообразные потребности общества. Экономика черпает из природной среды первичные ресурсы и возвращает в нее отходы производства и потребления.

Э3. Мы рассматриваем экономическую систему как органическое целое двух составляющих: множества взаимодействующих технологических процессов, с помощью которых первичные ресурсы преобразуются в полезные конечные продукты, и распределенной системы управления, согласующей взаимодействия всех технологических процессов.

Э4. Распределенность управленческих функций в экономике соответствует природе общественного воспроизводства. Ни один человек в принципе не может осуществить или проконтролировать все экономические процессы, которые обеспечивают условия его биосоциального существования. В обществе складывается разделение труда - разные люди занимаются разными делами, и каждый потребляет не только то, что сам производит. Все вместе люди нащупывают набор необходимых обществу дел и обязанностей (ролей), которые закрепляются отношениями собственности и власти.

Э5. Человек, изучающий экономику, так же как человек, действующий в ней, не может охватить ее во всех деталях, поэтому исследователь вынужден оперировать сильно агрегированными показателями состояния экономической системы.

Э6. Всякая экономическая деятельность связана с принятием решений. Принимая решения, человек исходит из своих интересов (не обязательно сугубо эгоистических) и из доступной ему, всегда довольно ограниченной информации об условиях деятельности. Экономические решения независимых субъектов более или менее согласуются благодаря действию двух «сверхмеханизмов»: согласования ролей и интересов и агрегирования информации.

Э7. Согласование ролей и интересов. Экономика складывается исторически, и в процессе ее самоорганизации происходит не только перераспределение решений между ролями, но и приспособление интересов исполнителей к своей роли. В результате у каждой роли формируется определенный стереотип ее исполнения. Типичный исполнитель роли, руководствующийся подходящими к роли интересами, называется экономическим агентом. Система ролей в обществе устроена иерархически, и согласование идет на всех уровнях иерархии, так что агентом может быть не только отдельное лицо, но целый коллектив или организация.

Э8. Агрегирование информации. В процессе самоорганизации экономики вырабатывается система показателей, характеризующая ее состояние достаточно полно, чтобы каждый агент был способен принимать эффективные решения, базируясь лишь на этой информации. Важнейшими из таких показателей являются финансовые. Финансовая система не имеет аналогов в других сложных системах - биологических, технических, культурных. Финансовые активы представляют агрегированную информацию в «квазивещественной» форме - они удовлетворяют законам сохранения, преобразуются друг в друга и т.д. Измеряя стоимость, они придают квазивещественную форму и некоторым невещественным экономическим благам - услугам, труду и т.п.

Э9. Мировая экономика представляет собой иерархию относительно независимых «экономических организмов», каждый из которых выработал достаточно полный набор необходимых для его функционирования ролей. Основным примером такого организма служит национальная экономика.

Общие представления (пп.Э1-Э9) определяют в целом структуру модели экономики, но не дают правил ее построения. Поэтому каноническая форма содержит в основном необходимые условия, указывающие, что может и чего не может быть в модели, но отнюдь не предписывающие, что в модели должно быть.

Покажем, как общие представления реализуются в виде принципов построения математических моделей (пп.М1-М6), и вместе с тем (пп.К1-К6) будем отмечать, как каноническая форма фиксирует и контролирует соблюдение этих принципов. Тем самым будет описана общая структура канонической формы и способы отображения в ней семантики модели.

М1. Модели САРЭ математически представляют собой замкнутые системы дифференциально-разностных уравнений, причем осмысленными будут лишь решения системы, удовлетворяющие некоторым дополнительным ограничениям.

К1. Каноническая форма упорядочивает синтаксис написания *соотношений* модели, делит их на *уравнения* и *ограничения* (равенства или неравенства) и требует, чтобы каждой фигурирующей в модели *переменной* было дано название, отражающее ее смысл, и указано одно и только одно уравнение, которое определяет ее значение. Названия переменных играют роль комментариев, - внутри канонической формы на них ссылок нет. С каждой группой соотношений естественным образом связывается множество переменных, которые в эту группу входят. Отношения *«переменная входит в соотношения»* и *«уравнение определяет переменную»* служат основным инструментом классификации соотношений и переменных в рамках канонической формы.

М2. В модели мы стараемся отделить описание процессов, которые контролируются рассматриваемыми экономическими организмами, от описания процессов, находящихся вне их контроля.

К2. При приведении модели к канонической форме требуется отнести каждое соотношение либо к *экономической сфере*, либо к одной из трех *неэкономических сфер*: природной, биосоциальной или сфере мирового рынка. В соответствии с разделением соотношений на сферы, переменные модели в канонической форме делятся на три непересекающихся класса: экономические величины - все, кроме параметров, переменные, определяемые уравнениями экономической сферы; *внешние факторы* - все, кроме параметров, переменные, определяемые уравнениями неэкономических сфер; *параметры* - величины задаваемые в какой-либо сфере экзогенно (главным образом, это константы модели, формально определяемые уравнениями вида  $\alpha = const$ ).

Задуманная компьютерная система интеллектуальной поддержки математического моделирования не предназначена для отыскания подобий в экологических, демографических, физических, геофизических и прочих моделях и для их классификации. Поэтому неэкономические сферы, как бы подробно и сложно они ни были представлены данной моделью, в ее канонической форме выступают лишь в качестве описаний *источников* природных ресурсов, рабочей силы и импорта и поглотителей (*стоков*) отходов производства, потребленных благ и экспорта рассматриваемой экономической системы. Объектом канонического представления является исключительно экономическая сфера - описание технологической базы производства, технологи-ческих связей, экономических агентов и их отношений, механизмов регулирования производства и распределения благ, обменов ими, т.е. обращения материальных, финансовых благ в процессе воспроизводства. Если в модели рассматривается взаимодействие нескольких экономических организмов, соотношения, описывающие каждый из них, должны быть отнесены к экономической сфере. К сфере мировой ры-нок относятся соотношения, описывающие деятельность экономичес-ких организмов, внутреннее состояние которых нас в данной модели не интересует.

М3. В модели мы стремимся описать как технологические процессы, так и согласующие их управляющие воздействия. Поэтому все модели основаны на полной

системе *материальных и финансовых балансов*, а соотношения, замыкающие систему уравнений балансов, мы стремимся интерпретировать как описания поведения определенных *экономических агентов* и их *взаимодействий*.

К3. При приведении к канонической форме *экономические соотношения и величины* классифицируются в двух параллельных взаимосвязанных *ракурсах*: *операционно-информационном* и *материально-финансовом*. В первом ключевыми понятиями служат *экономический агент* и *взаимодействие*, во втором - *балансовое уравнение* и *актив*.

М4. Пока мы не имеем сколь-нибудь полной теории самоорганизации экономики [7] и при построении модели должны исходить из существующей системы ролей. Поэтому первое, что мы решаем, приступая к построению модели САРЭ, - выделяем ключевых экономических агентов, устанавливаем их роли в экономике и описываем интересы, которыми они руководствуются, исполняя свои роли. Все это приходится делать пока чисто эмпирически, основываясь на опыте, наблюдении, обсуждении положения дел со специалистами в экономике и просто по интуиции.

Типичная роль агента - распределять имеющиеся у него ресурсы по разным возможным направлениям их использования. Однако говорить о решениях и целях агента в рамках модели надо весьма осторожно. Следует всегда помнить, что, описывая поведение агента в модели, мы обычно описываем совокупный результат действий множества реальных лиц, выполняющих сходные роли в экономики (например, всех потребителей).

Кроме описания решений агентов, в модели всегда явно или неявно содержатся описания взаимной информированности агентов и взаимного учета ими интересов. По существу, это - проявления коллективных действий, но мы пока не умеем описывать явно совместные действия экономических агентов. Например, мы пока не знаем, как явным образом описать процесс установления равновесия на рынке и ограничиваемся расчетом самого равновесия и разговорами о невидимой руке рынка.

К4. В *операционно-информационном ракурсе* каноническая форма делит всю совокупность соотношений экономической сферы на непересекающиеся блоки одного из двух типов: *экономический агент* (ЭА) и *взаимодействие* (ВД). Блокам присваиваются имена, а блокам ЭА - еще и идентификаторы, которыми индексируются некоторые экономические величины. В блоках ЭА сосредотачиваются те соотношения, которые интерпретируются как описание процесса принятия решений отдельными агентами, а в блоках ВД - все остальные. Это могут быть описания процессов достижения компромиссов между агентами в духе теории игр, могут быть описания деятельности агентов, которых мы не выделяем явно, например, разного рода посредников, а могут быть и просто описания процессов передачи благ и информации от одного агента другому в силу сложившихся отношений власти и собственности. Ключевым моментом является довольно жесткий формат блоков - он будет особо обсуждаться ниже.

М5. Полная система материальных и финансовых балансов возникает благодаря тому, что в модели прослеживается путь каждого рассматриваемого блага от возникновения до исчезновения через всевозможные передачи и перераспределения. Это движение блага описывается *балансовыми уравнениями*. Балансовые уравнения аналогичны законам сохранения в физике и имеют специфический вид. Они описывают движение тех экономических благ, которым можно придать квазивещественную форму: агент, отдающий благо, отдает ровно столько, сколько приобретает агент, получающий его. Не всегда передачу блага можно описать балансовым уравнением. Например, для знаний пока не придумали подходящей квазивещественной формы.

Пока не содана полная теория агрегирования [8], которая указы-вала бы, какие агрегаты необозримого множества благ следует использовать для описания той или иной экономической ситуации. Поэтому построение полной системы балансов - отнюдь не

формальная процедура. При обсуждении системы балансов выбирается уровень агрегирования и задается набор экономических показателей, на языке которых надеемся адекватно описать рассматриваемые эконо-мические явления.

K5. В *материально-финансовом ракурсе* каноническая форма требует указать в экономической сфере непересекающиеся группы соотношений: *преобразования материальных активов* (ПМА) (описания технологий производства, потребления, транспортировки, порчи материальных благ) и *балансовые уравнения*.

*Балансовым* может быть объявлено только дифференциальное уравнение  $dQ = dt(\pm a \pm b \pm \dots \pm c)$ , где  $Q, a, b, \dots, c$  - не совпадающие друг с другом экономические величины. Экономическая величина, входящая в левую часть некоторого балансового уравнения (и определяемая этим уравнением), называется *запасом*. Запас не может входит в правые части балансовых уравнений, он принадлежит тому блоку (ЭА или ВД), к которому относится определяющее это запас балансовое уравнение. Запасы, принадлежащие ЭА, обычно характеризуют объем некоторого блага, которым может распоряжаться данный агент. Запасы, принадлежащие ВД, называются *буферными* и в модели, как правило, играют вспомогательную роль - они спасают систему балансов в тех нередких в математической экономике случаях, когда взаимодействие агентов описывается фактически с нарушением законов сохранения. Экономическая величина, входящая в правую часть некоторого балансового уравнения, называется *поток*. Поток характеризует интенсивность определенного способа использования или получения блага. *Поток* входит не более, чем в два разных *балансовых уравнения* и, если в два, то с разными знаками. *Поток*, входящий в два балансовых уравнения, называется *перемещением*, которое соединяет соответствующие запасы. Поток, входящий в одно балансовое уравнение со знаком  $\pm$  ( $\mp$ ), называется *источником (стоком)*. Уравнение, определяющее *источник*, должно относиться либо к одной из групп ПМА, либо к одной из *неэкономических сфер*. *Источник прикрепляется* к соответствующей ПМА или сфере. *Сток* также прикрепляется к ПМА или неэкономической сфере, но не формально, по принадлежности уравнения, а по своему экономическому смыслу. (Например, сырье - к ПМА, отходы - к природной среде, потребление - к биосоциальной среде, экспорт - к мировому рынку).

Запас должен быть отнесен к одному из *активов*, причем два запаса относятся к одному и тому же активу, если они соединены цепочкой перемещений. Потоки относятся к тому же активу, что и *запас*, в балансовое уравнение которого они входят. Активу присваивается название и размерность (руб., \$, чел./час. и т.п.). Актив может быть либо материальным, либо финансовым. *Материальный актив* - это агрегат реальных благ, обращающихся в экономике - продуктов, ресурсов или услуг. Он как правило имеет источники и стоки. *Финансовый актив* порождается обязательствами некоего агента (например, акции - обязательства фирмы, кредитная карточка - обязательства потребителя, остатки депозитных и расчетных счетов - обязательства банка, бумажные деньги - обязательства государства, контракт на поставку продукции - обязательство производителя и т.п.). Финансовый актив не имеет источников и стоков, зато один из его запасов обязательно отрицательный, и сумма всех запасов тождественно равна нулю. Отрицательный запас называется *пассивом*, а его владелец - *эмитентом*. *Пассив* показывает общую сумму, которую эмитент должен по данному виду обязательств прочим владельцам запасов этого актива - держателям. Заметим, что согласно приведенной классификации золото и валюта должны рассматриваться как материальные активы.

Прикрепление *источников* и стоков, а также свойства перемещений позволяют построить для каждого актива ориентированный *граф движения актива*. Его вершины изображают неэкономические сферы, ПМА или запасы, а дуги - потоки. Склеивая графы движения разных активов по парам потоков, входящих в операции обмена (см. ниже), получаем *материально-финансовую схему* модели (МФС). На МФС можно указать зоны

влияния агентов. Для этого надо объединить все запасы агента и добавить запасы, непосредственно соединенные с его запасами перемещениями. Чтобы упорядочить изображение зон влияния на МФС и ~~взаимоотношения~~ блоков ЭА и ВД, мы требуем, чтобы: а) ПМА целиком входила в один из блоков ЭА; б) ПМА, к которой прикреплен сток (источник), и балансовое уравнение, содержащее данный сток (источник), находились в одном и том же блоке ЭА; в) никакое *перемещение* не соединяло запасы, принадлежащие разным блокам одного типа (ЭА или ВД). Эти требования легко удовлетворить, вводя в модель дополнительно искусственные запасы и соответствующие балансовые уравнения. При приведении модели к канонической форме приходится вводить много таких запасов. Пересечения зон влияния соответствуют взаимодействиям. (Чисто информационные взаимодействия и агенты, исполняющие сугубо административные функции, на МФС не отображаются.) МФС отлично показывает глобальную структуру модели. По МФС легко узнать общие качественные характеристики: насколько полно в модели отображена финансовая система, сколько видов продуктов берется в расчет, есть ли в модели описание расширения производства, учитывается ли ограниченность природных ресурсов, внешняя торговля и т.д. Но, например, модели рыночной и плановой экономик могут иметь одинаковые МФС. На этом мы закончим обзор материально-финансового ракурса канонической формы и вернемся к операционно-информационному ракурсу, чтобы более подробно обсудить структуру блоков ЭА и ВД.

М6. Агент контролирует определенные процессы преобразования и распределения активов и/или преобразования и передачи информации. Течение этих процессов определяется, во-первых, *внешними факторами*, во-вторых, *сигналами*, поступающими от других агентов в силу взаимодействия с ними, и, в-третьих, решениями самого агента. Выбирая свои решения (управления), агент должен принимать во внимание, во-первых, ограничения, накладываемые внутренними закономерностями контролируемых процессов (~~«внутренний мир»~~), а во-вторых, - сложившиеся ~~«правила игры»~~ с другими агентами. Например, для производителя в рыночной экономике внутренним миром будет описание его технологических возможностей, а правилами игры - описание его положения на рынке (конкурентное, олигопольное, монопольное и т.п.).

Некоторые решения (*индивидуальные управления*) являются сугубо внутренним делом агента, другие (*коллективные управления*) он должен предварительно согласовать с другими агентами или, по крайней мере, поставить других агентов в известность о своем выборе. Окончательный выбор значений коллективных управлений определяется взаимодействиями агентов. Мы требуем, чтобы это правило формально соблюдалось, даже если речь идет лишь о сообщении своего решения одним агентом другому. Коллективные управления определяются взаимодействиями на основании информации о планах (ожиданиях, предложениях) агентов по поводу этих величин. Опыт теории игр и математической экономики показывает, чтобы определить разумные компромиссы, недостаточно одних значений планов. Планы агентов должны быть заданы как функции некоторых параметров - *гибких переменных* ВД. Например, классическая модель совершенной конкуренции определяет компромиссное решение - рыночное равновесие, исходя из спроса и предложения, рассматриваемых как функции гибких переменных - цен. Подобные функции мы называем *условными сообщениями агентов*. Кроме гибких переменных, условные сообщения могут параметрически зависеть от других переменных модели - *скрытых параметров*.

К6. *Экономические величины, входящие в блок ЭА, семантически относятся к одному из четырех типов: планируемые переменные, планы, сигналы и скрытые параметры.* Планируемые переменные описывают фактический ход событий. Решения агентов описываются в терминах *планов планируемых величин*. Планы могут реализоваться, а могут и нет. *Сигналы и скрытые параметры* описывают информацию, явно и неявно



поступающую из блоков ВД, в которых участвует ЭА. Поступление к ЭА информации и ресурсов извне экономики описывается внешними факторами, которые мы условились не относить к экономическим величинам. Семантический тип экономической величины подчеркивается ее синтаксисом (обозначением) - планируемые величины индексируются идентификатором ЭА (например,  $a[A]$ ); планы тоже индексируются и, кроме того, имеют префикс  $\approx$  (например,  $\approx a[A]$ ); сигналы имеют префикс  $\sim$  (например,  $\sim p[A]$  или  $\sim s$ ). Планы и сигналы не могут быть потоками. Скрытые параметры синтаксически являются планируемыми величинами других агентов или сигналами, определяемыми ВД, в которых данный агент не участвует.

Соотношения блока ЭА разделяются на пять непересекающихся групп: *законы, внутренние ограничения, внешние ограничения, функция выбора и реализация решений*. Принятые в канонической форме обозначения переменных позволяют различить перечисленные выше группы уравнений в правильно написанном блоке ЭА по чисто синтаксическим признакам.

Соотношения группы законов описывают процессы, контролируемые ЭА. В эту группу заведомо входят отнесенные к данному блоку ЭА балансовые уравнения и ПМА. К законам также относится описание разного рода правил адаптации, прогнозирования и т.п. Из экономических величин в законы могут входить лишь планируемые величины и сигналы.

*Внутренние ограничения* описывают мир агента - это законы, переформулированные в терминах планов. Внутренние ограничения генерируются автоматически. Как это делается, мы поясним на примере в следующем разделе статьи.

*Внешние ограничения* описывают правила игры, навязанные агенту взаимодействием. Они также формулируются в терминах планов и сигналов. Внешние ограничения не могут ссылаться на текущие, но лишь на прошлые значения планируемых величин. При записи внешних ограничений (в отличие от других соотношений) можно использовать *условные сообщения агентов*, генерируемые самой канонической формой по правилам, описанным ниже. Группа внешних ограничений распадается на подгруппы, соответствующие ролям агентов в ВД (см. ниже описание *ролевой структуры* ВД).

Группа *функция выбора* состоит из *уравнений*, явно определяющих текущие значения планов всех планируемых переменных через сигналы, скрытые параметры и прошлые значения планируемых переменных. Функцию выбора естественно задавать *вариационным принципом*, т.е. определять значения планов как точку максимума некоторого функционала на множестве планов, удовлетворяющих внешним и внутренним ограничениям. Поскольку мы требуем, чтобы функция выбора была задана явно, ограничения, как внутренние, так и внешние, для работы модели не нужны - они нужны лишь при ее построении. Однако, мы сохраняем эти ограничения в канонической форме для классификации и выявления структуры модели. В этом смысле каноническая форма информационно избыточна.

*Реализация решений*. *Планируемые переменные* делятся на *зависимые величины, коллективные управления и индивидуальные управления*. Зависимыми являются планируемые величины, которые определяются уравнениями группы законов (например, принадлежащие ЭА запасы). Планирование зависимых величин введено в каноническую форму исключительно с целью единообразия и удобства использования вариационных принципов. *Коллективные управления* определяются в блоках ВД и не обязательно совпадают со своими планами. К коллективным управлениям обязательно относятся перемещения, соединяющие запасы ЭА с запасами ВД (потоки активов, приходящих к ЭА и уходящих от него). Остальные планируемые переменные находятся в исключительной компетенции данного ЭА. Мы полагаем, что для таких индивидуальных управлений планы ЭА всегда реализуются. Это означает, что текущие значения индивидуальных управлений определяются уравнениями стандартного вида:  $u[A] = u[A]$ . Из таких

уравнений и состоит группа реализация решений. На этом описание блока ЭА завершается. Уравнения этого блока определяют планы всех планируемых переменных и сами планируемые переменные, кроме коллективных управлений, через сигналы, скрытые параметры, внешние факторы и коллективные управления. Перейдем теперь к описанию блока ВД, где определяются сигналы и коллективные управления.

Экономические величины, входящие в блок ВД, делятся на *результаты* ВД, *гибкие переменные* ВД и *внутренние переменные* ВД. Экономическая величина является результатом ВД тогда и только тогда, когда она описана как коллективное управление в одном из блоков ЭА. ЭА участвует в данном ВД тогда и только тогда, когда хотя бы одно из его коллективных управлений является результатом данного ВД. Экономическая величина является *гибкой переменной* ВД тогда и только тогда, когда она описана как сигнал в одном из блоков ЭА, участвующем в данном ВД. Прочие величины, входящие в блок ВД являются внутренними. Типичным примером внутренней величины служит буферный запас. Внутренние переменные не должны входить ни в одно соотношение вне данного блока. Уравнения блока ВД определяют все входящие в него экономические величины. Основой для определения всех величин в блоке ВД служат условные сообщения агентов.

Каждому *результату* ВД  $a[A]$  можно сопоставить функцию  $\&a[A](\sim p, \sim q, \dots, \sim r)$  от гибких переменных ВД по следующему правилу: в функции выбора агента **A** находим уравнение для плана  $a[A]$  и его правую часть рассматриваем как функцию только текущих значений гибких переменных данного ВД. Эта функция и называется *условным сообщением* агента **A** в ВД. Она может быть использована в записи либо соотношений ВД, либо внешних ограничений ЭА и больше\_нигде. Заметим, что при задании функции выбора, особенно при помощи вариационного принципа, условные сообщения из внешних ограничений могут попасть в выражения для планов агента, что было запрещено выше. Поэтому в функции выбора ЭА следует расшиф-ровать условные сообщения других ЭА, используя для этого соответствующие уравнения из функций выбора этих ЭА. При расшифровке выявятся переменные, которые не рассматривались как аргументы при определении условного сообщения. Это и есть упомянутые выше скрытые параметры. Например, если условное сообщение - это функция спроса от цен продуктов, скрытым параметром может быть доход потребителя. Схема взаимной зависимости переменных в бло-ках ЭА и ВД показана на рис.1.

Ролевая структура ВД. Каждый ЭА, участвующий в ВД, исполняет в нем одну или несколько ролей. *Роль* задается списком *коллективных управлений* ЭА, являющихся *результатами* данного ВД, и группой *внешних ограничений* ЭА, ассоциированных с данной ролью. Роль может иметь название, например, *«покупатель»*, *«продавец»* или *«налогоплательщик»*. Каждый результат ВД входит в одну и только одну роль одного из ЭА, участвующих в данном ВД. Каждое внешнее ограничение ЭА ассоциировано с одной и только одной ролью ЭА в одном из ВД, в которых он участвует.

Надо помнить, что модельный агент представляет целое множество реальных. Поэтому для модельного агента, скажем, *«ис-пользовать часть произведенного продукта для собственного потребления»* - совсем не то же, что *«купить продукт у самого себя на рынке»*. В первом случае производит и потребляет продукт один реальный агент, который сам планирует и производство и потребление. Во втором случае производить может один реальный агент, а потреблять - другой, поэтому потребление планируется независимо от производства. В агрегированной модели такие ситуации естественнее всего описывать как взаимодействие агента с самим собой в разных ролях.

Ролевая структура позволяет построить функциональную схему (ФС) модели - неориентированный граф с кратными дугами, вершины которого изображают блоки ЭА и ВД, а дуги - роли ЭА в ВД. В отличие от описанной выше МФС, которая хорошо

отображает глобальную структуру модели, а локально устроена тривиально, ФС, наоборот, интересна своей локальной структурой. (пример ФС показан на рис.2)

Операции. На соотношения блока ВД, в отличие от соотношений блока ЭА, каноническая форма не накладывает никаких ограничений. Блоки ВД описывают слабо структурированную часть модели и там может содержаться, что угодно. Однако, большинство используемых в моделях САЭ описаний взаимодействий можно собрать из более или менее простых стандартных модулей - операций.

В общем случае, *операция* - это незамкнутый фрагмент ВД. *Операции* приписывается часть *результатов*, *гибких* и *внутренних* переменных ВД и часть его соотношений. Соотношения операции могут использовать условные сообщения только о коллективных управлениях, включенных в операцию. На списке результатов операции определяется ролевая структура. При этом роль агента в операции должна быть частью некоторой его роли в ВД. Гибкая переменная, включенная в операцию, должна входить в соотношение операции или во внешнее ограничение, ассоциированное с ролью операции.

ВД можно *разбирать* на операции и *собирать* из них. Разбирая взаимодействие, можно выяснить, сколькими отдельными ВД следует описывать экономические связи некоторой группы агентов. Заметим, что до сих пор не было указано никаких ограничений, запрещающих объявить два ВД одним, просто объединив их ролевые структуры и совокупности соотношений. Однако, поскольку ВД содержат слабо структурированную часть описаний, хотелось бы не сливать, а дробить ВД. Тогда каждое из них будет устроено проще, и структура модели будет видна лучше. Дробление ВД можно осуществить, опираясь на понятие *изолированной операции*.

*Операция* называется *изолированной* в ВД, если а) каждая роль в операции совпадает с некоторой ролью в ВД; б) все переменные, включенные в операцию, определяются включенными в нее соотношениями; в) соотношения ВД, не включенные в операцию, не ссылаются на переменные и условные сообщения, включенные в нее. Нетрудно показать, что существует единственное максимальное разбиение ВД на изолированные операции. Оно и определяет искомый естественный предел дробления ВД. Чтобы при приведении к канонической форме осуществлялось именно это дробление, мы вводим требование: ВД должно быть описано так, чтобы в нем нельзя было выделить изолированной операции, не совпадающей с ним самим.

Собрать ВД можно, применяя к операциям следующие действия: а) *модификацию операции*, которая состоит в изменении и/или добавлении внешних ограничений и/или соотношений в/к операции при неизменных списках переменных; б) *наложение операций*, которое состоит в определении нескольких операций на общем списке переменных и внешних ограничений (при этом надо следить, чтобы в накладываемых операциях не оказалось разных уравнений, определяющих одну переменную); в) *объединение наложенных операций*, которое состоит в слиянии этих операций в одну (списки переменных и внешних ограничений при этом объединяются, а роли переопределяются, но так чтобы каждая роль исходных операций целиком входила в какую-то новую роль).

Процесс сборки ВД из операций будет иметь смысл, если есть набор стандартных операций-заготовок. Такие заготовки мы предлагаем оформлять в виде библиотеки шаблонов операций. *Шаблон операции* - это полный аналог стандартной процедуры языков программирования. Он содержит описание *ролевой структуры* и *соотношений* операции в терминах формальных имен. Чтобы применить шаблон при сборке ВД, надо просто отождествить формальные имена с переменными модели. Формат записи шаблона описывается показан в табл.1.

В шаблоне роли приписываются разным агентам. При использовании шаблона одному агенту могут быть приписаны несколько ролей. При задании уравнений и внешних ограничений в шаблоне можно использовать условные сообщения агентов с именами, соответствующими идентификаторам перечисленных в шаблоне результатов.

(Отметим, что, записывая шаблон, мы не знаем всех аргументов условного сообщения, которые оно будет иметь при конкретном применении шаблона.) Допускается описание шаблона модификацией, наложением и объединением других шаблонов. При наложении шаблонов необходимо корректно произвести отождествление формальных переменных и изменить число аргументов в условных сообщениях. Допускаются шаблоны с произвольным числом однотипных ролей. Приведем здесь несколько шаблонов, которые используются в рассматриваемом ниже примере. Поскольку мы будем их комментировать, раздел <Словесное описание смысла операции> в таблицах опускаем.

Важным элементом взаимоотношений реальных экономических агентов являются регулярные уведомления типа:  $\text{в Ваш адрес отгружено} \dots$ ,  $\text{на Ваш счет переведено} \dots$  и т.п. По нашей классификации - это уведомление о плане некоего коллективного управления  $a[A]$ . Как его описать в канонической форме? Планы и фактические значения коллективных управлений использовать для этого некорректно, поскольку агент может получать от ВД только свои коллективные управления и гибкие переменные (см. рис.1). Использовать условные сообщения неадекватно, поскольку тогда получатель сообщения будет  $\text{слишком много знать}$ . Остается только ввести специальную гибкую переменную - *сообщение агента* (безусловное). Эта переменную естественно обозначить  $\sim a[A]$ , а для ее определения ввести стандартную операцию, описанную в табл.2.

Математически бессодержательное внешнее ограничение " $a[A] \leq +\infty$ " трактуется как предписание включить в число планируемых переменных величину  $a[A]$ , даже если она не входит в законы агента А. (Эту деталь при описании блока ЭА мы опустили.)

Уравнение  $\sim a[A] = \&a[A](\sim a[A], \dots)$  может показаться несколько вычурным способом описания такого простого взаимодействия. Однако сообщение может быть искаженным. Обычно в моделях эту возможность заранее отвергают и получают простое описание потому, что не различают то, что есть на самом деле, то, что агент об этом знает и то, что он говорит об этом другим. Если пытаться учесть эту разницу, получится модель, совсем не похожая на стандартную. Каноническая форма предлагает всегда различать значение  $a[A]$ , знание " $a[A]$ " и сообщение  $\sim a[A]$ , поэтому в канонической форме модель, учитывающая обман, ошибки, недоразумения будет лишь немного отличаться от стандартной. Это, с нашей точки зрения, вполне оправдывает сложность стандарта, тем более, что его можно применять автоматически всегда, когда встречается индексированная гибкая переменная.

Обратим внимание на то, что в общем случае условное сообщение  $\&a[A](\cdot)$  зависит от всех гибких переменных, в том числе и от безусловного сообщения  $\sim a[A]$ . Зависимость сообщения  $\text{от самого себя}$  отражает тот факт, что агент, не будучи одним реальным лицом, может сообщать нечто в одной роли и пассивно воспринимать это сообщение как внешний сигнал - в другой.

Простейшая передача некоторого актива от одного агента другому без задержек и потерь описывается шаблоном, показанным в табл.3.  $X[A]$  - это поток актива, который отдает агент А, а  $X[B]$  - поток того же актива, который поступает к В.  $Q$  - *буферный запас*, в котором накапливается разность этих потоков. Он является внутренней переменной ВД. В случае трансферта входной и выходной потоки одинаковы, и запас не меняется. По существу он не нужен. Это один из вспомогательных запасов, введения которых требует каноническая форма.

Шаблон трансферта оставляет открытым вопрос о том, кто и как определяет объем потока  $X[A]$ . Простейший и часто встречающийся в экономике вариант ответа: поток определяет поставщик по своему усмотрению. Этот вариант описывается шаблоном, указанным в табл.4. Сообщение и внешнее ограничение добавляются, чтобы выразить тот факт, что получатель, хотя и не определяет объем передачи, обычно знает его и учитывает в своих планах. В отличие от трансферта, добровольная передача - замкнутая операция, ее уравнения определяют все переменные, так что она может выступать в качестве полного

описания ВД. Такое ВД свидетельствует о некотором подчинении давателя получателю по линии власти или собственности.

Очень распространены в экономических моделях описания всевозможных обменов. Как правило, их можно рассматривать как модификации частных случаев шаблона обмена  $(n, m)$ , где агенты  $A_i, i=1, \dots, n$  передают агентам  $B_k, k=1, \dots, m$  некоторый актив, а взамен получают от них другой актив [6]. В общем шаблоне обмена связь между количествами отданного и полученного активов не конкретизируется. Выделив в каком-либо ВД операцию, соответствующую шаблону обмена  $(n, m)$ , мы можем объявить пары потоков в каждой роли сопряженными друг другу. Именно по парам сопряженных потоков склеиваются графы движения активов при построении МФС модели (п.К5). Выделенная операция обмена может быть объявлена операцией купли-продажи. Один из участвующих в обмене активов тогда объявляется платежным средством - он является более ликвидным, чем второй в этой операции обмена. Сходным образом определяются операции размещения обязательства, в которых тоже можно указать более ликвидный актив. Транзитивное замыкание объединения отношений «более ликвидный» по всем выделенным операциям дает отношение ликвидности активов, которое является важной качественной характеристикой, описанной в модели финансовой системы.

В примере, который мы рассмотрим в следующем разделе, будет использована часто встречающаяся в моделях экономики модификация обмена  $(1, 1)$  (см. табл.5). Конкурентный характер этого рынка выражается формой внешних ограничений, в которые единая цена  $\sim p$  входит как сигнал ВД. Для монополиста, который может манипулировать ценой, эти ограничения выглядели бы по-другому.

В заключение раздела кратко обсудим, как каноническая форма соотносится с общеэкономическим контекстом, и что такое преобразования подобия канонических форм. Опыт моделирования показывает, что, соотнося модели с общеэкономическими понятиями, нельзя опираться на названия агентов, активов и переменных. Мы рассчитываем, что подходящей опорой послужат структурные элементы канонической формы. Например, к экономической категории *Производство* можно отнести какие-то группы соотношений ПМА в канонической форме модели; к категории *Основной капитал* (фонды) - запас материального актива, входящий в соотношения ПМА, отнесенные к категории *Производство*; к категории *Труд* - материальный актив, источник которого прикреплен к биосоциальной сфере и т.д. В [6] приведено несколько десятков таких сопоставлений. Все они формулируются как необходимые условия - каноническая форма не навязывает толкования элементов, а лишь контролирует корректность, единообразие толкований.

Для отыскания сходства моделей, приведенных к канонической форме, мы выделили три полугруппы морфизмов: *несущественные преобразования, вариации, и сжатия*. Образующими несущественной полугруппы служат а) взаимно-однозначные переименования ЭА, ВД, переменных и т.д.; б) включение в модель и исключение из нее оценочных показателей - переменных, которые не нужны для работы модели, но интересуют пользователя, и в) превращение индивидуального управления в закон и обратно [6]. Последнее введено в связи с тем, что в блоках ЭА встречаются феноменологические уравнения, суть которых не всегда ясна даже самому автору модели. То ли это - законы, которые агент по неизвестным причинам не может нарушить, то ли - правила выбора индивидуальных управлений, не имеющие пока рационального обоснования. Две модели в канонической форме, которые можно привести к одному виду несущественным преобразованием, мы считаем одинаковыми.

*Вариация* модели - суперпозиция несущественных преобразований и *локальных вариаций*. *Локальная вариация* - произвольное изменение либо неэкономических соотношений, либо соотношений одного из блоков (ЭА или ВД), сохраняющее замкнутость модели. Грубо говоря, локальная вариация - это изменения описания

поведения агента в определенных внешних условиях или изменение описания компромисса агентов, ведущих себя определенным образом. Если модели превращаются друг в друга *вариациями*, значит они могут заимствовать друг из друга некоторые описания. Заметим, что с помощью вариаций невозможно перенести соотношения из блока в блок или из сферы в сферу.

*Сжатие* модели - суперпозиция несущественных преобразований и *исключения агентов*. При исключении агента блок ЭА вместе со всеми блоками ВД, в которых он участвует, объединяются в один новый блок ВД. Все ограничения блока ЭА при этом отбрасываются, а планы и условные сообщения исключаются. Если две модели можно сжатиями привести к такому виду, что МФС одной станет частью МФС другой, то можно сказать, что уцелевшие в процессе сжатий агенты выполняют в этих моделях сходные функции. Заметим, что мировую экономику можно в принципе рассматривать как взаимодействие биосоциальной и природной среды. Описание такого взаимодействия мы получим, исключив всех агентов сжатием модели мировой экономики. Кстати, такая форма модели будет наиболее удобной для аналитического исследования.

**2.Пример приведения экономической модели к канонической форме.** Рамки статьи позволяют показать каноническую форму только самой примитивной модели простого воспроизводства в условиях совершенной конкуренции. Сначала опишем модель как обычно принято в статьях.

Пусть совокупность независимых производителей выпускает однородный продукт. Суммарный выпуск продукции  $Y$  определяется количеством привлеченного труда  $R$ :  $Y = F(R)$ , где  $F$  - неоклассическая производственная функция. Производители максимизируют прибыль  $\Pi = \sim p F(R) - \sim s R$  при сложившихся цене продукта  $\sim p$  и ставке заработной платы  $\sim s$ . Необходимые условия максимума прибыли  $\sim p F'(R) = \sim s$  определяют спрос на труд  $R(\sim s/\sim p)$ . По спросу на труд находится функция предложения продукта  $Y(\sim s/\sim p) = F(R(\sim s/\sim p))$ . Произведенный продукт потребляет население, спрос которого на рынке  $C(\sim p) = E/\sim p$ . Потребительские расходы населения  $E$  определяются запасом денег  $N$ :  $E = vN$ , где  $v$  - характерное время обращения денег. Доходы населения складываются из прибыли производителей  $\Pi$  и зарплаты работников  $\sim s * R$ , поэтому  $dN = dt(\Pi + \sim s R - E)$ . В условиях конкуренции цена определяется равенством спроса и предложения:  $C(\sim p) = Y(\sim s/\sim p)$ . На рынке труда ставка заработной платы  $\sim s$  выравнивает спрос со стороны производителей и предложение  $R0$  со стороны населения:  $R(\sim s/\sim p) = R0$ . Предложение труда  $R0$  считаем заданным.

Теперь представим модель в канонической форме. Имеется два ЭА: Производитель  $P$  и Население  $H$ , которые участвуют в трех ВД: Рынок продукта, Рынок труда и Выплата дивидендов. Агенты оперируют тремя активами: Труд, Продукт и Деньги. Величины  $Y, R, C, E$ , и т.п. - суть потоки этих активов. Функциональная схема модели изображена на рис. 2.

ВД Рынок продукта описывается по шаблону «равновесный рынок»  $\{ \langle P_y[P], Y[H] \rangle \langle E[H], Y[H] \rangle | \sim p | N_p, Q_y \}$ . Производитель играет роль продавца, а население - покупателя. В канонической форме различаются потоки полученных  $P_y[P]$  и уплаченных  $E[H]$  денег, потоки поставленного  $Y[P]$  и купленного  $Y[H]$  продукта, хотя по шаблону их значения попарно равны. ВД Рынок труда тоже описывается по шаблону «равновесный рынок»  $\{ \langle S_r[H], R[H] \rangle \langle S_r[P], R[P] \rangle | \sim s | N_s, Q_r \}$ . Производитель играет роль покупателя, а население - продавца. Здесь  $S_r[H], S_r[P]$  - потоки полученной и выплаченной зарплаты. Заметим, что в канонической форме приходится вводить запас труда  $Q_r$ , хотя он не имеет экономического смысла. ВД Выплата дивидендов описывается по шаблону «добровольной передачи»  $\{ \langle \Pi[P] \rangle \langle \Pi[H] \rangle | \sim \Pi [H] | N_d \}$ .

К законам блока ЭА Производитель относятся описание производства (ПМА) производственной функцией  $YI[P] = F(RI[P])$ , балансовые уравнения  $dQ_y[P] = dt (YI[P] -$

$Y[P]$ );  $dQ_r[P] = dt (R[P] - RI[P])$ ;  $dN[P] = dt (P_y[P] - Sr[P] - II[P])$  и ограничения  $RI[P] \geq 0$ ;  $Q_y[P] \geq 0$ ;  $N[P] \geq 0$ ;  $dQ_r[P] \geq 0$ . В канонической форме вводятся запасы активов ЭА  $Q_y[P], Q_r[P]$ , потому что различаются потоки произведенного  $YI[P]$  и поставленного на рынок  $Y[P]$  продукта, потоки нанятого  $R[P]$  и использованного  $RI[P]$  труда. Третье балансовое уравнение описывает изменение запаса денег  $N[P]$  у Производителя. Источник продукта  $YI[P]$  и сток труда  $RI[P]$  прикреплены к ПМА. Планируемые переменные здесь - запасы и потоки. Запасы - зависимые, потоки  $YI[P], RI[P]$  - индивидуальные, а потоки  $Y[P], R[P], P_y[P], Sr[P], II[P]$  - коллективные управления.

Чтобы получить *внутренние ограничения*, во всех законах время сдвигается на  $dt$  и значения планируемых переменных в момент  $t + dt$  заменяются значениями их планов в момент  $t$ . Дифференциал переменной  $da$  трактуется как  $a(t) - a(t - dt)$ . В результате получается система ограничений " $Q_y[P] = Q_y[P] + dt ("YI[P] - "Y[P])$ "; " $Q_r[P] = Q_r[P] + dt ("R[P] - "RI[P])$ "; " $N[P] = N[P] + dt ("P_y[P] - "Sr[P] - "II[P])$ "; " $RI[P] \geq 0$ "; " $Q_y[P] \geq 0$ "; " $N[P] \geq 0$ "; " $Q_r[P] \geq Q_r[P]$ ."

Внешние ограничения определены шаблонами взаимодействий: " $P_y[P] \leq \sim p "Y [P]$ "; " $Sr[P] \geq \sim s "R[P]$ "; " $II[P] \leq +\infty$ ". Функция выбора определяется условиями максимума ожидаемой прибыли " $II[P]$ " на множестве планов, удовлетворяющих внешним и внутренним ограничениям. Решение задачи легко выписать в явном виде, поэтому мы его не приводим, также как очевидные уравнения реализации планов.

Соотношения блока ЭА Население классифицируются аналогичным образом. В законы записываются балансовые уравнения для запасов денег  $M[H]$ , труда  $Q_r[H]$  и продукта  $Q_y[H]$ , а также ограничение ликвидности  $E[H] \leq v N[H]$ ;  $v = const$ . Источник труда и сток потребленного продукта прикрепляются к биосоциальной сфере. Население стремится максимизировать ожидаемое потребление " $C[H]$ ".

Материально-финансовая схема модели изображена на рис 3. Заметим, что деньги в этой модели следует рассматривать как материальный актив.

**Заключение.** Моделирование системы знаний и рассуждений о математических моделях экономики - это новая, своеобразная задача в теории искусственного интеллекта. Первая особенность связана с промежуточным положением моделирования экономики относительно деления научных знаний на точные и описательные.

С одной стороны в этой области сложился язык общих понятий и наработано большое количество сложных математических моделей, позволяющих извлекать нетривиальные следствия из принятых гипотез и описывать тонкие экономические эффекты. Это роднит рассматриваемую область с областью точных наук, где мощный язык абстрактных понятий позволяет получать ответы на многие вопросы, выводя следствия из ограниченного числа посылок.

Однако, в отличие от универсальных моделей точных наук, экономические модели (в том числе и модели САРЭ) имеют достаточно узкие и не вполне ясные границы применимости. Каждая из моделей описывает экономику в особом узком ракурсе. Лишь все вместе взятые они более или менее полностью раскрывают необозримую сложность экономических связей. Для исследования очередной экономической проблемы недостаточно перенастроить существующую модель. Приходится пересматривать и структуру модели, и номенклатуру переменных. Имеющиеся модели используются при этом лишь частично или как аналогии. Это роднит область моделирования экономики с областью описательных наук, где каждый случай рассматривается и фиксируется особо, где аксиом много, а теорем мало, и выводы делаются по аналогии на основе множества конкретных прецедентов. В экономике ситуация усугубляется тем, что модель приходится идентифицировать и верифицировать по данным, собранным статистическими службами, которые используют совсем другую систему понятий.

Указанные обстоятельства видимо и служат причиной того, что система общепотребительных понятий в экономике, несмотря на столетние усилия, так и не достигла стандарта строгости системы понятий точных наук. Понятия экономики, в том числе и те, которые выражаются переменными моделями САРЭ, отнюдь не являются элементарными. Напротив, они представляют собой аспекты общих категорий и в экономических теориях часто используются метафорически. Например, «рынок» - в отношении информации, «производство» - в отношении знаний, «полезность» - в отношении рек-ламы, «экономическое благо» - в отношении свободы, «ликвидность» - в отношении финансовых активов.

Фундаментальное экономическое понятие «цена» - по сути способ указания некоей аналогии ситуаций. В моделях обмена цена выступает как коэффициент пропорциональности, выражающий эквивалент обмениваемых товаров. В моделях поведения экономических агентов цена становится существенным элементом доступной всем экономической информации, на основании которой экономический агент принимает решения, не рассчитывая, что именно по этому эквиваленту произойдут его обмены. В той же модели цена может быть множителем Лагранжа, по которому данный экономический агент оценивает эффективность применения разных экономических факторов.

Можно сказать, понятие «цена» указывает некое нетранзитивное частичное подобие конкретных моделей. (Филологи такое подобие называют метафорой.) Неоднозначность экономических терминов была главной причиной того, что мы отказались класть в основу классификации моделей САРЭ названия переменных, агентов, активов, а сконструировали каноническую форму, которая отражает принципы построения моделей, а не способы их интерпретации. Если уловить смысл изменения понятий при переходе от модели к модели, научиться фиксировать или опровергать сходство, близость, идентичность моделей, из многих относительно простых моделей получится системное описание экономики, которое нельзя свести к единой модели [9].

Вторая особенность моделирования знаний о моделях, с которой мы столкнулись, относится к известной, но обычно не ассоциирующейся с наукой, проблемой превращения индивидуальных знаний в общезначимые. Поскольку построение новой модели требует пересмотра структуры соотношений и номенклатуры переменных, новую модель никогда не удастся механически собрать из частей старых моделей, как из стандартных модулей. Новая модель - это всегда в какой-то степени новый взгляд на всю экономическую систему, и как всякое цельное произведение она несет отчетливый отпечаток авторской индивидуальности.

Индивидуальное научное знание с трудом поддается наблюдению, анализу и самоанализу. Нужен инструмент изучения процесса введения в общезначимость индивидуального знания. Таким инструментом для нас оказалась каноническая форма. Два автора, приводя свою модель к канонической форме, с удивлением обнаружили, что по-разному интерпретировали уравнения, описывающие рыночный обмен, и связанное с ним информационное взаимодействие экономических агентов. Придя в конце концов к единому мнению, оба почувствовали, что их индивидуальные знания обогатились. Каноническая форма выявила те индивидуальные смысловые различия, которые не проявлялись, пока использовались математические описания или язык экономических категорий. Она оказалась более совершенным способом улавливания индивидуальных представлений, чем журнальная форма изложения, сколь бы подробным оно ни было.

Экспериментально проверено, что приводить математическую модель САРЭ к канонической форме вручную - дело трудоемкое и кропотливое. Не проще исследовать модель и поддерживать ее в работоспособном состоянии. А если учесть неэволюционный характер изменения структуры экономических отношений в переживаемый нами переходный период, становится очевидной необходимость при анализе новых ситуаций использовать накопленный опыт, а при создании новых моделей - заимствовать прежние



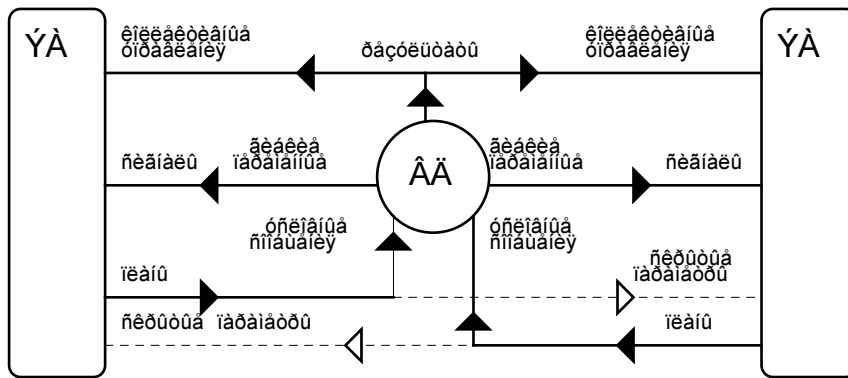
удачные описания и решения. Обсуждая каноническую форму представления моделей, мы показали, что выявление индивидуального знания можно организовать как диалог специалиста и компьютера.

### Список литературы:

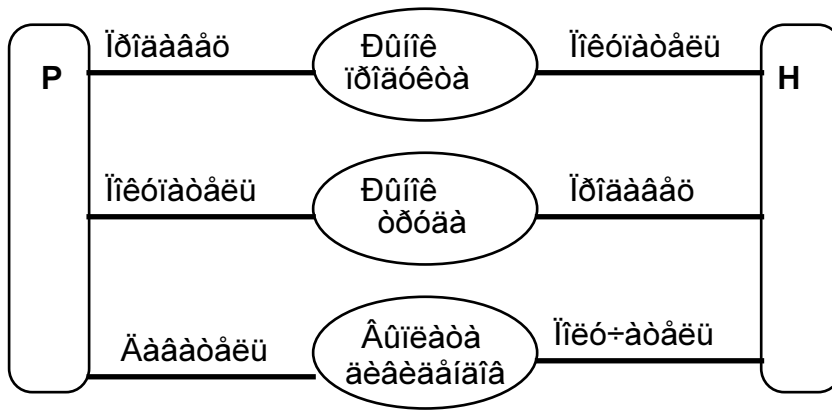
1. Математическое моделирование: Процессы в сложных экономических и экологических системах/ Под ред. А.А.Самарского, Н.Н.Моисеева, А.А.Петрова. М.: Наука, 1986.
2. Математическое моделирование: Методы описания и исследования сложных систем/ Под ред. А.А.Самарского, Н.Н.Моисеева, А.А.Петрова. М.: Наука, 1989.
3. Самарский А.А. Современная прикладная математика и вычислительный эксперимент// Коммунист. 1983. №18.
4. Построение экспертных систем/ Под ред. Ф.Хейес-Рот, Д.Уотерман, Д.Ленарт. М.: Мир, 1987.
6. Годовников М.Н., Загоровский И.М., Комаров С.И. и др. Представление знаний об экономике в рамках математических моделей системного анализа развивающейся экономики// Сообщения по прикладной математике. М.: ВЦ РАН, 1995.
7. Поспелов И.Г. Динамическая модель рынка. //Экономика и мат. методы. 1988. Т. XXIV. N 3.
8. Петров А.А., Шананин А.А. Системный анализ экономики: проблема агрегирования описания экономических отношений. //Математическое моделирование: Методы описания и исследования сложных систем под ред. А.А.Самарского, Н.Н.Моисеева, А.А.Петрова. М.: Наука, 1989.
9. Шаров А.А., Шрейдер Ю.А.. Системы и модели. М.: Радио и связь, 1982.

Москва,  
Вычислительный Центр РАН

Поступила в редакцию



Ἐν. 1



Đèñ. 2

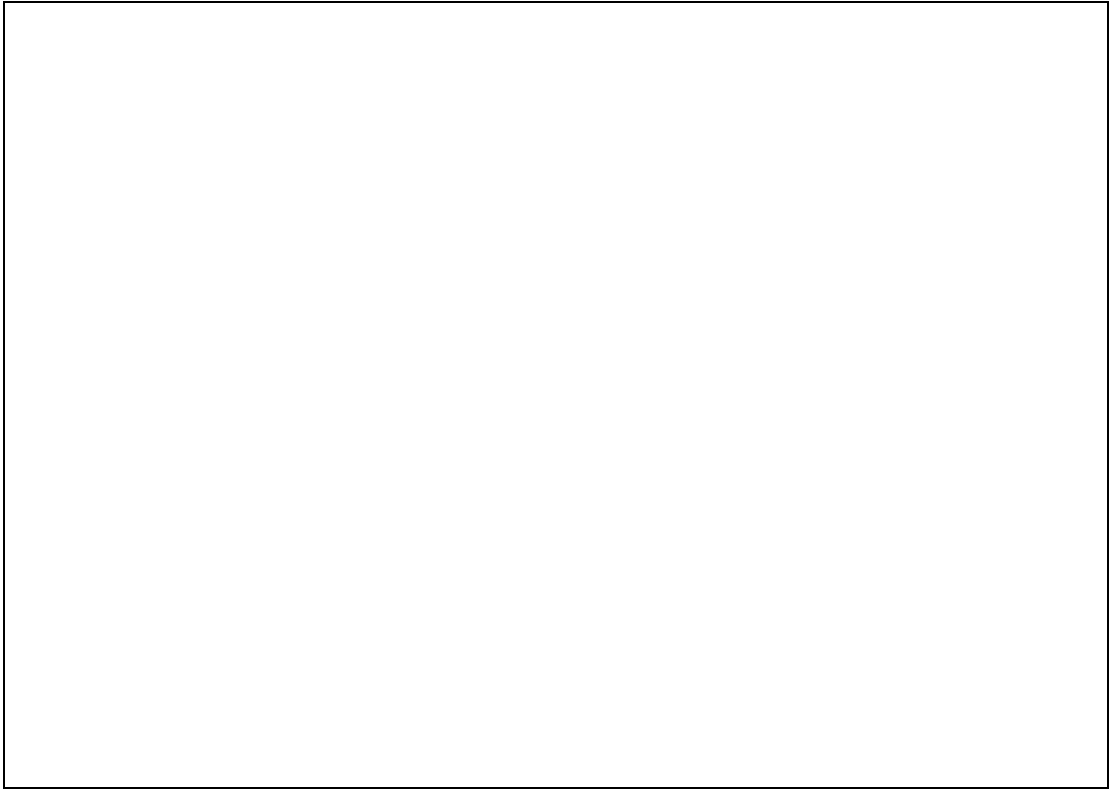


Таблица 1.

<Название шаблона>		
<Словесное описание смысла операции>		
Роль агента <b>A</b>		<название роли>
$a[A]$ $\rightarrow$ <результат ВД>	<возможные типы $a[A]$ по всем линиям классификации переменных в канонической форме модели>	<уравнение для $a[A]$ >
...	...	...
$b[A]$	-"-	<уравнение для $b[A]$ >
<Внешние ограничения <b>A</b> , ассоциированные с ролью >		
...	...	...
Роль агента <b>Z</b>		<название роли>
<Внешние ограничения <b>Z</b> , ассоциированные с ролью >		
<уравнения для гибких и внутренних переменных>		
<p>Краткая запись:  {&lt;список колл. упр. роли <b>A</b>&gt;,&lt;список колл. упр. роли <b>B</b>&gt;,...,&lt;список колл. упр. роли <b>Z</b>&gt;  &lt;список гибких переменных&gt; &lt;список внутренних переменных&gt;}.  Примечание:  При переменных, не определенных уравнениями шаблона, в списках ставится знак <math>\rightarrow</math>.</p>		

Таблица 2.

СООБЩЕНИЕ О НАМЕРЕНИЯХ		
Роль $A$		Информатор
$a[A]$	любой	-
$" a[A] \leq +\infty$		
$\sim a[A] = \&a[A](\sim a[A], \dots)$ (определяет $\sim a[A]$ )		
$\{ \langle ?a[A] \rangle \mid \sim a[A] \mid \}$		

Таблица 3.

ТРАНСФЕРТ		
Роль А		Поставщик
$X[A]$	поток	-
$" X[A] \leq +\infty$		
Роль В		Получатель
$X[B]$	поток	$X[B] = X[A]$
$" X[B] \leq +\infty$		
$dQ = dt * (X[A] - X[B])$ - баланс		
$\{ \langle X[A] \rangle, \langle X[B] \rangle \mid Q \}$		



## ДОБРОВОЛЬНАЯ ПЕРЕДАЧА

**Наложение**

на Трансферт  $\{ \langle X[A] \rangle \langle X[B] \rangle \mid Q \}$  накладывается

Сообщение о намерениях  $\{ \langle X[A] \rangle \mid \sim X[A] \mid \}$

**Объединение**

Роли информатора и поставщика объединяются в роль «Даватель»

**Модификация**

Получателю добавляется внешнее ограничение  $X[B] = \sim X[A]$

**Модификация**

Добавляется уравнение  $X[A] = \&X[A](\sim X[A], \dots)$

$\{ \langle X[A] \rangle \langle X[B] \rangle \mid \sim X[A] \mid Q \}$

Таблица 5.

РАВНОВЕСНЫЙ РЫНОК (с двумя участниками)		
<i>Роль А</i>		Продавец
$X[A]$	поток	$X[A]=\&X[A](\sim p)$
$Y[A]$	поток	$Y[A]=\sim p * X[A]$
$"X[A] \leq \sim p * Y[A];$		
<i>Роль В</i>		Покупатель
$X[B]$	поток	$X[B]=\&X[B](\sim p)$
$Y[B]$	поток	$Y[B]=\sim p * X[B]$
$"X[B] \geq \sim p * Y[B]$		
$dQx=dt*(X[A]-X[B]); dQy=dt*(Y[B]-Y[A]);$		
$\&X[A](\sim p) = \&X[B](\sim p);$ (определяет $\sim p$ );		
$\{ \langle X[A], Y[A] \rangle \langle X[B], Y[B] \rangle   \sim p   Qx, Qy \}$		

