

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

СООБЩЕНИЯ ПО ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ

Н.К.Завриев, И.Г.Поспелов, Л.Я.Поспелова, С.В.Чуканов

**РАЗВИТИЕ СИСТЕМЫ ПОДДЕРЖКИ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКОНОМИКИ
ЭКОМОД**

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР РАН
МОСКВА 1998

УДК 519.86

ОТВЕТСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР
академик РАН А.А.Петров

В работе разъясняется понятие экономического агента, лежащее в основе классификации математических моделей. Рассматриваются возможности использования парадигмы много-агентных систем при разработке моделей. Описывается программная реализация первой версии системы ЭКОМОД. Система предназначена для контроля вводимой вариации модели, синтаксического контроля каждого блока модели, семантического контроля и анализа размерностей переменных и соотношений для совокупности блоков, оснащения модели входными данными, генерации программных модулей для расчета, представления, анализа и хранения результатов. Новые элементы системы: анализ размерностей, анализ функциональных зависимостей, визуализация – в работе рассматриваются более подробно.

**Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда
Фундаментальных исследований Российской Федерации,
проект N 98-01-00589,**

Рецензенты: С.М.Гуриев,
А.А.Шананин

Научное издание

© Вычислительный центр РАН, 1995. Св. план 1999, поз.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Экономические агенты и их роль в экономике.....	4
2. Экономические агенты и многоагентные системы	10
3. Каноническая форма записи математической модели экономики.....	11
4. Синтаксис соотношений модели в канонической форме	14
5. Описание совокупности вариантов (куста) одной и той же модели.....	17
5.1. Блок Агент	22
5.2. Блок Взаимодействие	25
5.3. Блок Сфера	25
6. Анализ размерности канонической формы.....	26
6.1. Единицы измерения в физике и экономике.....	26
6.2. Алгоритм тестирования переменных и соотношений ка- нонической формы.....	29
7. Расчетный модуль	33
7.1. Анализ систем уравнений	33
7.2. Анализ зависимостей уравнений.....	34
8. Визуализация моделей.....	35
8.1. Ракурсы модели экономики	36
8.2. Формальная постановка задачи	37
8.3. Структуры данных	39
8.4. Программная реализация	42
8.5. Развитие системы визуализации.....	46
8.6. Функциональное масштабирование.....	47
9. Список литературы:	48

1. Экономические агенты и их роль в экономике

Настоящая работа продолжает обсуждения, начатые в [1,2,3]. Разъясним понятие экономического агента, лежащее в основе классификации математических моделей.

Сложившееся в обществе разделение труда, прав и обязанностей, называемое экономическими отношениями, воплощается в достаточно устойчивой, согласованной системе функций или ролей, которые кто-то должен исполнять, чтобы обеспечить воспроизводство условий существования общества. Типичные роли - рабочий, предприниматель, торговец и т. п. Поскольку экономика в той или иной степени децентрализована, исполняя роль, экономический субъект всегда имеет определенную свободу действий, например, какую технологию производства использовать или какие потребительские товары приобретать. Таким образом, исполнение роли связано с необходимостью принимать решения, делать выбор. В конечном счете, совокупность этих решений образует механизмы саморегулирования процессов производства, распределения и потребления в обществе. Каждую роль исполняют множество экономических субъектов, это могут быть индивидуумы или организации, как принято говорить, физические или юридические лица. В моделях мы описываем принятие решений так, как это делается в теории игр и исследовании операций. Собственно говоря, теория игр разрабатывалась Дж. фон Нейманом с целью создать строгое универсальное микроописание экономических процессов. Хотя расчет на это не оправдался, язык теории игр стал общепринятым в экономике.

Чтобы описать принятие решений на языке теории игр, надо указать, что субъект:

- *может* (множество стратегий поведения);
- *хочет* (его цели, интересы, мотивы, критерии оценки результатов);

- *знает* (информацию о состоянии и действиях других субъектов, на основании которой он принимает решения).

В экономическом контексте эти составные части модели принятия решений имеют свою специфику. В теории игр и исследовании операций принято считать цели, интересы субъектов заданными условиями задачи, поэтому они, как правило, не обсуждаются. В экономике же, если в роли, допустим, управляющего производством окажется субъект, интересующийся только конференциями по теории управления, то производство остановится, т.е. роль управляющего не будет исполнена.

В обществе должны существовать механизмы, обеспечивающие соответствие интересов субъектов тем ролям, которые они исполняют. Разрабатывая модель, часто приходится постулировать, какие цели преследует субъект, исполняя данную роль. Однако, задавая цели субъекта, необходимо учитывать реальную специфику сложившихся экономических отношений, использовать результаты эмпирических исследований экономистов и социологов, а также и просто наблюдения практиков.

Описание информированности субъекта в экономике имеет свою специфику. В теории игр основное внимание обращают на зависимость исхода игры от информированности игроков. В экономике выбор субъекта затрудняется не только, и, может быть, даже не столько недостатком, сколько избытком потенциально доступной информации. Поэтому в процессе самоорганизации экономических отношений вырабатывается система показателей, достаточно полно характеризующих общую экономическую конъюнктуру, чтобы каждый субъект был способен принимать эффективные решения лишь по этой информации. К таким показателям относятся индексы производства и потребления, индексы цен, уровни процентов, курсы валют и т.д.

Важнейшими из них являются финансовые. Платежи за товары, выраженные в однородной денежной форме, дают информацию о разнородных благах, обращающихся в хозяйстве. Предложение сбережений дает представление о потенциальных возможностях, а спрос на кредит - о текущей и будущей экономиче-

ской активности субъектов. Конечно, эти представления не вполне адекватны потенциальным возможностям реальной экономики, так что ориентация на финансовые показатели вызывает то "перегрев" экономики, то кризис.

Финансовая система не имеет аналогов в других сложных системах - технических, биологических, культурных. Ее уникальность в том, что деньги дают возможность представить информацию о состоянии и действиях субъектов в аддитивной квазивещественной форме. Деньги передаются от одного субъекта к другому, при этом количества денег сохраняются. Более того, денежная форма выражения стоимости придает квазивещественную форму и некоторым не вещественным экономическим благам - услугам, труду и т.п. Возможность описать экономическую систему агрегированными стоимостными показателями делает ее "прозрачной" для субъектов и дает надежду достаточно адекватно описать ее сравнительно простыми агрегированными моделями.

Описание информированности экономического субъекта должно отражать и то, что субъект принимает решения не только на основании данных о текущем состоянии системы, но и прогноза на будущее. Казалось бы мы попадаем в ловушку парадокса: модели строятся, чтобы прогнозировать изменение экономической конъюнктуры, и, в то же время, подобный прогноз нужен, чтобы корректно смоделировать поведение субъектов в экономике. Парадокс разрешается с помощью принципа рациональности ожиданий субъектов. Если не понимать его буквально, то принцип рациональности ожиданий сводится к вполне конструктивному предложению задавать в модели достаточно простые процедуры прогнозирования субъектами необходимых показателей конъюнктуры, а затем отбирать лишь те решения уравнений модели, на которых прогнозы субъектов не дают систематических ошибок.

Типизированного исполнителя некоторой роли в экономике, руководствующегося подходящими к данной роли интересами и принимающего решения на основании ограниченного набора показателей общей экономической конъюнктуры, мы будем

называть *микроэкономическим агентом* или *микроагентом*. В обществе система ролей устроена иерархически и согласование интересов с ролями происходит на всех уровнях иерархии, поэтому микроагентом может быть не только физическое лицо, но и юридическое лицо - целый коллектив или организация.

Выделив микроагентов - потребителей, производителей, торговых и прочих посредников, - мы сталкиваемся со следующей проблемой. В современной экономике действуют сотни тысяч производителей, миллионы посредников и сотни миллионов потребителей. Каждый из этих микроагентов в модели может быть представлен не более, чем в нескольких десятках "экземпляров". Однако ясно, что коллектив однотипных взаимодействующих микроагентов в целом будет функционировать не так, как отдельные агенты. Возникает проблема агрегирования *микроэкономических описаний агентов*. Мы называем такие макроэкономические структуры *макроэкономическими агентами* или просто *экономическими агентами*. В общем случае проблема агрегирования остается нерешенной, и часто мы вынуждены схематизировать описание функционирования экономического агента – экономической макроструктуры, состоящей из многих микроагентов, например, системы коммерческих банков, - опишем поведение некоторого гипотетического микроагента, например, моделью типичного коммерческого банка.

На двадцатилетнем опыте моделирования экономики мы убедились, что если не удастся корректно агрегировать исходные микроописания и функционирование макроструктур приходится моделировать "поведением" гипотетических микроагентов, то лучше использовать простые модели, основанные на ясных принципах оптимальности. Попытки использовать для описания агентов сложные микроэкономические модели, учитывающие, например, маркетинговые стратегии фирм или особенности условий их кредитования, кончаются неудачей, потому что от этого макроописание не становится адекватнее, но результаты исследования интерпретировать труднее. По видимому, дело в том, что поведение реальных субъектов, образующих макроструктуру, не просто механически воспроизводится в закономерностях функ-

ционирования макроструктуры. Субъекты находятся в сложных отношениях соподчинения, кооперации, конкуренции и подражания. В результате возможности, упущенные одними субъектами, используются другими, и в целом экономический агент демонстрирует "поведение", которое может быть описано некоторым принципом оптимальности, тогда как поведение каждого отдельного субъекта, как правило, прихотливо, зависит от множества непредсказуемых факторов и часто не поддается рациональному объяснению. Собственно говоря, мы называем макроструктуры экономическими агентами только потому, что их функции удастся описать выведенным из микроописаний или априорно сформулированным принципом оптимальности. Мы как бы приписываем макроструктуре "рациональное поведение".

Высказанное утверждение имеет, так сказать, обратную силу. В экономике действуют и особые микроагенты. К ним относятся влиятельные агенты, играющие уникальную роль, например, в любой экономике это государство, а современной России – еще и Сбербанк. Это могут быть и микроагенты, исполняющую типичную роль, но по особым правилам, как, например, естественные монополии (в современной России это концерны Газпром, РАО ЕС или Министерство путей сообщения). Для таких особых агентов не следует искать какой-то общий принцип рациональности поведения. Проще и надежнее задавать в модели конкретные варианты действий, которые особые агенты могут предпринять в конкретных обстоятельствах.

Поскольку не существует универсальной модели экономики, из которой другие модели следовали бы как частные случаи, то нет и полной системы первичных понятий, на языке которых можно было бы описать все модели, обсуждаемые в книге. Однако можно выделить несколько важных общих элементов языка описания. Более всего они относятся к описаниям состояния экономического агента и его выбора из множества альтернатив.

Состояние агента задается количествами (запасами) материальных и финансовых *активов и обязательств*. К материальным активам относятся запасы продуктов, основных производственных или непроемленных фондов и других ресурсов, ко-

торыми определяются производственные возможности или богатство агентов. К материальным обязательствам относятся контракты на поставку продукции и т.п. Финансовые активы - это запасы разного вида денег у экономического агента, а обязательства - это его денежные долги разного вида. Материальные и финансовые активы экономических агентов являются основными измеримыми показателями состояния экономики, они регистрируются бухгалтерским учетом и экономической статистикой. Поэтому после того, как в модели определено множество экономических агентов, необходимо выделить набор активов и обязательств, на языке которых можно описать состояние агентов и их выбор в изучаемой экономической ситуации.

Описания экономических агентов, их активов и обязательств образуют описание пространства состояний модели изучаемой экономической системы в связи с поставленной экономической проблемой. Заранее, независимо от конкретной структуры изучаемой экономики и целей исследования, не удастся определить универсальный набор агентов, их активов и обязательств, который был бы достаточным для модельного описания экономики.

Выбор агента обычно описывается как выбор значений некоторых переменных из множества допустимых значений. Как правило, ограничения на допустимые значения можно разделить на две группы: внутренние, технологические и внешние, институциональные. Технологические ограничения описывают доступные агенту известные способы преобразования продуктов и ресурсов. Типичный пример - ограничение на выпуск продукции производителем, которое задается его производственной функцией. Внутренние ограничения бывают разными и по форме, и по содержанию. Институциональные ограничения описывают сложившиеся правила взаимодействия агентов. Типичный пример - бюджетное ограничение на покупки продуктов. Обычно институциональные ограничения строятся по известным в экономике и теории игр схемам конкурентного рынка, олигополии Курно-Нэша, монополии Штакельберга и т.п.

Доступная агенту информация об общей экономической конъюнктуре обычно описывается с помощью особых переменных, которые мы называем гибкими переменными. Типичный пример - рыночные цены и проценты. Часто эти переменные входят как параметры в институциональные ограничения (например, в бюджетное ограничение) или в выражения для критерия выбора решения (например, в выражение для прибыли). Поэтому само решение агента оказывается зависящим от гибких переменных как от параметров. Эти зависимости можно трактовать как функции спроса или предложения экономического агента. Процедуры определения значений гибких переменных можно интерпретировать как механизмы согласования спроса и предложения в результате взаимодействия агентов.

Большинство экономических агентов принимают решения о распределении материальных и финансовых потоков, в результате которых перераспределяются активы и обязательства экономических агентов. Общее свойство аддитивности активов и обязательств дает возможность описать процессы перераспределения *уравнениями балансов*.

2. Экономические агенты и многоагентные системы

Система ЭКОМОД предлагает исследователю помощь при создании модели как совокупности взаимодействующих экономических агентов. Но поскольку с 1995 года парадигма многоагентных систем прельщает все большее количество разработчиков и интуитивно сочувствующих, экономические агенты ЭКОМОДа все чаще стали подозреваться в сходстве с интеллектуальными либо мобильными агентами. Понятное нежелание оказаться отсталыми побудило авторов примерить технологию распределенного искусственного интеллекта и сетевых технологий к проблеме разработки моделей экономики.

Теоретико-игровую постановку задачи исследования взаимодействий экономических агентов можно переформулировать как задачу планирования переговоров между множеством локальных агентов, прикрепленных к своим серверам, имеющим

свои протоколы, свои множества переменных, свои системы внутренних, технологических и внешних, институциональных ограничений, свои локальные цели. В моделях экономики применение децентрализованной схемы переговоров агентов позволило бы исследовать возможные виды рыночных взаимодействий конкретных сообществ экономических агентов. Если задать дополнительную систему ограничений на кооперативные переговоры (задать конкретный вид рыночного взаимодействия сообществ экономических агентов – «видимую руку рынка»), можно применить централизованную схему переговоров для получения согласованных решений - конкретных траекторий в фазовом пространстве экономических параметров.

Система ЭКОМОД имеет архитектуру интегрированной системы на платформе Windows. Экономические агенты и взаимодействия суть объекты C++. Ввод, модификация и хранение этих объектов реализованы на базе многодокументного интерфейса. Система ЭКОМОД поможет составить экономическую модель на языке канонической формы, покажет грубые и подробные схемы этой модели, выявит все недопустимые синтаксические и семантические ошибки, покажет все связи и отношения между переменными и уравнениями модели, составит программу расчета, поможет оснастить эту программу исходными значениями экономических параметров путем заполнения недостающих ячеек в подготовленных системой EXEL-таблицах, рассчитает поведение модели в заданном временном интервале, выведет результаты расчетов, спрячет в архив удачный вариант модели.

3. Каноническая форма записи математической модели экономики

Напомним, что основная цель системы – это автоматизация работ по созданию математических моделей в рамках системного анализа развивающейся экономики [4]. Возникающие теоретические вопросы были рассмотрены в [1-3]. С практической точки зрения задачи, стоящие перед системой ЭКОМОД, можно сформулировать следующим образом.

1. Запись и хранение математической модели на языке, который максимально близок к профессиональному языку разработчиков модели. В данном случае это системы дифференциально-разностных уравнений и неравенств, а также экстремальные принципы, описывающие поведение и взаимодействия различных экономических агентов. Следует иметь в виду, что модель никогда не существует в единственном варианте. Фактически хранить надо целый "куст" родственных моделей, различающихся способами описания одних и тех же экономических процессов.
2. Контроль правильности записи модели как на синтаксическом, так и на семантическом уровне. Заимствование элементов описаний из ранее разработанных моделей с максимально возможным контролем корректности такого заимствования.
3. Построение графического образа модели.
4. Обеспечение ввода исходных данных и их преобразования к той номенклатуре параметров, которая используется разработчиками модели.
5. Обеспечение соответствия программных модулей, используемых для расчета модели, и исходных уравнений. Следует иметь в виду, что вводом исходных данных, расчетами и разработкой модели часто занимаются разные люди, и возникающие при этом расхождения между уравнениями и их программной реализацией служат источником множества ошибок и недоразумений.
6. Обеспечение вывода результатов и преобразования их к форме, пригодной для верификации и интерпретации модели.

В [1-3] подробно обсуждалось, почему эти задачи не удается решить обычным методом искусственного интеллекта – формализацией отношений между содержательными понятиями предметной области. Дело оказывается в принципиальной метафоричности, неоднозначности экономических категорий, которым в разных моделях могут соответствовать совершенно различные математические описания. Поэтому мы решили отталкиваться не от понятий, а от внутренней структуры описаний. С этой целью был предложен новый формализм, новое промежу-

точное представление для записи математической модели: *каноническая форма* [1-3].

Каноническая форма модели содержит классификацию соотношений, образующих математическую модель, и переменных, которые входят в соотношения в соответствии с их экономическим смыслом.

Каждое соотношение модели входит в одну из возможных *групп* некоторого *блока* модели. Классификация переменных обеспечивается соглашениями о форме их имен (*индексы*, [3]). От записи модели, которая приводится обычно в книгах и статьях, запись в канонической форме отличается в основном следующим.

1. Соотношения модели группируются в блоки трех типов:
 - 1.1. описания поведения *экономических агентов*, (*ЭА*);
 - 1.2. описания *взаимодействий* экономических агентов (*ВД*);
 - 1.3. описания неэкономических процессов.
2. В блоках ЭА и ВД выделяются *балансовые уравнения*, которые описывают создание, перемещение от одного экономического агента к другим и уничтожение различных *активов* – аддитивных величин, фигурирующих в модели (продуктов разного вида, капитала, денег, труда, природных ресурсов и т. п.). *Запасы* и *потоки* активов суть экстенсивные переменные, характеризующие размах экономической деятельности.
3. Индексация переменных позволяет различить *планируемые переменные* агента (например, объемы производства или потребления), которые выбирает агент и *информационные переменные*, которые генерируются в процессе взаимодействия агентов и описывают информацию о внешнем мире, которой может пользоваться агент при планировании.
4. Явно описываются *роли* агента во взаимодействиях. Тем самым строго очерчивается объем информации, которой располагает агент о внешнем мире и ограничения, которые налагаются на его действия сложившимися "правилами игры" (институциональные ограничения).

5. Для каждого уравнения канонической формы, даже если это неявное уравнение типа $x^2+y^2=1$, должно быть указано какую переменную оно определяет, например: $y=\text{ROOT}\{x^2+y^2-1\}$.
6. Экономический смысл переменных обычно ограничивает их возможные значения: большинство этих переменных должно быть неотрицательными. Система ЭКОМОД генерирует подобные ограничения автоматически и автоматически организует проверку их выполнения в процессе расчетов.

Итак, каноническая форма представляет собой некий формальный язык записи модели. В процессе обсуждения с коллегами результатов работы с системой ЭКОМОД снова и снова вставал вопрос, стоило ли создавать дополнительный искусственный язык, вводить дополнительный этап огрубления, формализации в процессе перехода от классической математической постановки задачи к компьютерной. Но уже первые опыты с системой ЭКОМОД показали, что ее применение позволяет диагностировать и исправить большинство рутинных ошибок в записи модели – ошибки в обозначениях переменных, ошибки в балансах, ошибки в описании информированности агентов.. Даже приведение готовой модели к канонической форме "вручную" было полезно, поскольку выявило различия в интерпретации модели ее авторами.

Как обычно, предварительный проект при реализации был пересмотрен. Это касается интерфейса и синтаксиса канонической формы. Аксиомы, описывающие семантику модели, полностью соответствуют тому, что указано в [3]. Существенно новыми элементами являются:

1. организация куста моделей;
2. анализ размерностей;
3. графическая форма представления модели.

4. Синтаксис соотношений модели в канонической форме

Синтаксис канонической формы, описанный в [1], в результате экспериментов с системой ЭКОМОД, демонстрации ее

работы коллегам и последующих обсуждений и конструктивной критики, подвергся пересмотру. Некоторые конструкции языка были с сожалением упразднены (например, связанные с планами агентов). Описанием модели потеряло академическую стройность, но приобрело большую для специалистов естественность и наглядность.

Итак, с математической точки зрения модель состоит из соотношений между величинами. Основной частью описания математической модели являются соотношения, описывающие поведение моделируемой среды (ЭА, ВД, сфер, ролей и т.п.). В описании синтаксиса соотношений используются элементы формализма Бэкуса-Наура.

<строка>:=<строка-заголовок> | <строка-соотношение> |
 <строка-комментарий>
 <строка-заголовок> := [<текст заголовка>]
 <строка-комментарий> := <текст>
 <строка-соотношение> := →<соотношение>
 <соотношение> := <уравнение> | <неравенство>
 <неравенство> := <простое неравенство> | <сложное неравенство>
 <простое неравенство> := <выражение> <знак> <выражение>
 <знак> := > | <
 <сложное неравенство> := <симметричное> | <один к многим>
 <симметричное> := <простое неравенство> | <выражение>
 <выражение>, <симметричное>, <выражение>
 <один к многим> := <левое> | <правое>
 <левое> := <простое неравенство> | <простое неравенство>
 <выражение>, <выражение>
 <правое> := <простое неравенство> | <выражение>
 <выражение>, <простое неравенство>

<уравнение> := <явное> | <дифференциальное> | < неявное> | <экстремальное> | <балансовое> | <условное> | <параметрическое>
 <явное> := <имя переменной> = <выражение>
Выражение в правой части не должно содержать переменную, стоящую в левой части.
 < дифференциальное > := **d**<имя переменной>/**dt** <выражение> = <выражение>
 < неявное > := <имя переменной> = **ROOT**{<выражение>} | <имя переменной>, < неявное > {<выражение>}
Все имена из левой части уравнения должны содержаться в правой
 <экстремальное> := <список имен> = <тип>{<список имен><список условий>}
 <список условий> := " | " <неравенство> | <неравенство> " | " <список условий>
 <тип> := ARGMIN | ARGMAX
 <условное > := <имя переменной> = {<выражение> " | " <неравенство>} | <условное> {<выражение> " | " <неравенство>}
 <балансовое> := **d**<имя переменной>/**dt** <выражение> = <правая часть>
 <правая часть> := <балансовое выражение> | <унарная операция><балансовое выражение>
 <балансовое выражение> := <переменная> | <переменная><сложение><балансовое выражение>
 <сложение> := + | -
 <выражение> := <терм> | (<выражение>) | <функция> | <выражение><операция> <выражение> | <унарная операция><выражение>
 <операция> := + | - | * | / | ^

<унарная операция> := + | -
 <терм> := <переменная> | <параметр> | <функция>
 <переменная> := <имя переменной> | <имя переменной>[t -
 <выражение>] | t | dt
 <имя переменной> := <идентификатор> | <идентифика-
 тор>_<индекс>
 <параметр> := #<идентификатор> | #<идентифика-
 тор>_<индекс>
 <имя функции> := @<идентификатор> |
 @<идентификатор>_<индекс>
 <функция> := <имя функции> (<список выражений>) |
 <оператор> <имя функции> (<список выражений>)
 <оператор> := \$D<последовательность цифр>
 <список выражений> := <выражение> | <выраже-
 ние>,<список выражений>
 <параметрическое> := <параметр> = <выражение над пара-
 метрами>
 <выражение над параметрами>:= <параметр> (<выражение
 над параметрами >)| <функция> | <выражение над пара-
 метрами><операция> <выражение над параметра-
 ми> | <унарная операция> <выражение над параметрами>

5. Описание совокупности вариантов (куста) одной и той же модели

Куст моделей использует введенное в [2,3] понятие *локальной вариации* модели. Правила разбиения модели на блоки, записанные в аксиомах канонической формы гарантируют следующее свойство модульности моделей. Допустим у нас есть правильно построенная модель, состоящая из блоков А,В,...,С и мы изменили соотношения, например, блока В так, что снова получилась правильно построенная модель А,В', ...,С - вариант исходной мо-

дели. Затем мы изменили соотношения С, и получили еще один правильный вариант - А,В',...,С'. Свойство модульности состоит в том, что варианты А,В,....,С' и А,В',....,С также будут правильными. Иначе говоря, изменения в одном каком-то блоке модели (локальные вариации) - коммутативны. Одновременные изменения сразу нескольких блоков (глобальные вариации) могут рассогласовать существующие связи между блоками. Нельзя гарантировать также коммутативность вариаций, если исходная модель не замкнута.

Коммутативность локальных вариаций позволяет хранить только вариации отдельных блоков, не заботясь о порядке в котором они возникали. Она также открывает возможность автоматизации исследования различных вариантов модели.

Итак, куст моделей есть набор правильных вариантов некоторой базовой модели. Куст моделей в системе ЭКОМОД представляется описанием всех вариаций блоков (экономических агентов, взаимодействий, сфер), похожим на описание понятий в базах знаний: <Атрибут> {<Значение атрибута>}. Для данного куста количество и номенклатура блоков-атрибутов фиксированы. Схема куста описывается следующим набором предложений:

[<Описание прототипа модели>

ОписаниеА .ОписаниеВ .ОписаниеС . [нтов модели]

Каждый блок (агент, взаимодействи или сфер) представлен кортежем:

ОписаниеА.Атрибут><Значение атрибута> [<Значение атрибута>[<Значение атрибута>..]]

<Атрибут> ::= <Тип блока> <Номер блока> <Индекс блока> <Имя блока><Тип блока> ::= [agent]/ [interaction]/ [bio]/ [nature]/ [market]/ [gps]

<Номер блока> ::= 00/01/02/...

<Индекс блока> ::= <Буквенный индекс, присваиваемый переменным агента в математических соотношениях>

<Имя блока> ::= <текст-комментарий>Пример описания куста для простейшей модели с двумя экономическими агентами Производителем Р и Населением Н, которые участвуют в трех

взаимодействиях (ВД): Рынок продукта, Рынок труда и Выплата дивидендов, описанной в [3], приведен ниже.

[Prototype]

Рын экономика с простым воспроизводством.

[Variant]

0000 0100 0200 0300 0400 0500

[TmpVar]

0000 0100 0200 0300 0400 0500

[agent]

00

Р

Производитель

//Неоклассическое описание производства.

0000

Базовый вариант

13.9.98 14:22

0001

Переставленная функция

[agent]

01

Н

Население

//Собственники производства.Проедают все доходы.

0100

Ограничение ликвидности.Экзог предложение труда.

13.9.98 14:22

[interaction]

02

Мр

Рынок продукта

//Равновесный -Вальрас.

0200

Шаблон Вальрас.

13.9.98 14:22

0201

Симметричное нащупывание.

0202

Несимметричное нащупывание.

[interaction]

03

Mt

Рынок труда

//Равновесный-Вальрас.

0300

Шаблон Вальрас.

13.9.98 14:22

0301

Симметричное нащупывание.

0302

Несимметричное нащупывание.

[interaction]

04

II

Выплата дивидендов

//Передаются по праву собственности.

0400

Шаблон безусловной передачи.

13.9.98 14:22

[bio]

05

Vs

Биосоциальная сфера

//Источник труда. Сток потребления.

0500

Базовый вариант. Одно простейшее уравнение.

13.9.98 14:22

[End]

Схема этой простейшей модели представлена на рис. 4.1, где детально раскрыто лишь два узла дерева:

- Variant - содержит один дочерний узел - список вариаций блоков, составляющих правильный вариант модели;
- первая вариация блока «агент Производитель - Базовый вариант».

Схему можно редактировать: можно добавлять новые или модифицировать уже существующие узлы-блоки (ЭА, ВД или Сферы) или узлы-вариации блоков. Система контролирует задание по удалению уже существующих блоков и их вариаций. Если какая-либо вариация блока использовалась в вычислительном эксперименте и исследователь решил сохранить полученный правильный вариант модели из куста моделей, эту вариацию блока уже нельзя удалить из схемы (узел «время записи файла, содержащего конкретную вариацию блока» уже не содержит текст «***»), а также нельзя исправлять текст этого файла (структура блоков ЭА, ВД и Сфера описана в разделах 4.1 - 4.3).

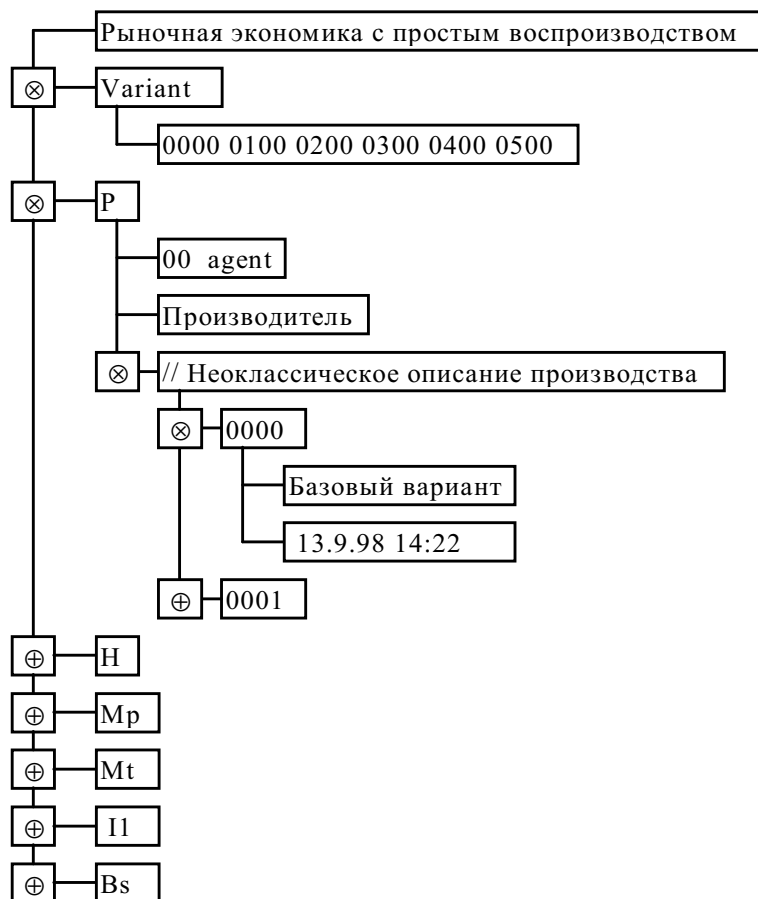


Рис. 4.1. Схема простейшей модели экономики

5.1. Блок Агент

В описании любого блока (агента, взаимодействия или сферы) соотношения модели и заголовки групп могут перемежаться строками текста. Признаком соотношения служит абзацный отступ, признаком группы – квадратная скобка. Все прочие строки считаются комментарием. Это позволяет придать блокам модели внешний вид похожий на описание модели в статье.

Текст конкретного блока, описывающего экономического агента
 Производитель приводится ниже.

[Баланс: Деньги; руб; м; Неубывающий;]

$$dN_P/dt = I_P - S_P - Div_P$$

[Баланс: Продукт; руб; г; м; Неубывающий;]

$$dQ_{y_P}/dt = Y_P - Y_{s_P}$$

[Баланс: Труд; чел-час в г; м; Неубывающий; R_P]

$$dQ_{r_P}/dt = R_{d_P} - R_P$$

[Функция: $y = @F(x)$]

$$y = \#M * (1 - \exp(-\#a \cdot x))$$

$$x = \text{ROOT} \{x - \# \Lambda * (1 - \exp(-\#a \cdot x)) * (1 + \#a \cdot x)\}$$

$$\# \Lambda = \#M / \#a$$

[ПМА: ; Y_P, -R_P]

$$Y_P = @F(R_P[t - \#theta])$$

@F() - производственная функция

[Роль: Продавец; p; I_P, Y_P]

$$I_P < p \cdot Y_P$$

[Роль: Покупатель; l; S_P, R_{d_P}]

$$S_P > l \cdot R_P$$

[Роль: Даватель; div; Div_P]

[Выбор]

$$Y_P = @F(R_P[t - \#theta])$$

$$R_P = \text{ROOT} \{p \cdot Y_P - l \cdot R_P\}$$

$$Div_P = I_P - S_P$$

Первая группа данного блока – баланс. В его заголовке указывается название актива (здесь это – Деньги), его размерность, тип (материальный или финансовый) и вид запаса.

[Баланс: Деньги; руб.; м; Неубывающий;]

В этой группе как и в каждой балансовой группе содержится одно дифференциальное уравнение – в данном случае это уравнение описывающее изменение запаса денег N_P у производителя вследствие получения выручки от продаж I_P , выплаты зарплаты S_P и выплаты дивидендов собственникам Div_P . Все переменные баланса должны быть планируемыми переменными агента, т.е. иметь индекс этого агента «P»

$$dN_P/dt = I_P - S_P - Div_P$$

Следующий вид группы здесь – описание преобразования материальных активов (ПМА). В данном случае это – описание возможностей преобразования труда в продукт в процессе материального производства. Группа ПМА может быть источником или стоком материальных активов. Они перечисляются в заголовке группы.

[ПМА::;Y_P,-R_P]

Имена, начинающиеся с # обозначают *параметры* модели, а имена, начинающиеся с @ обозначают *функции* (как стандартные @max, @exp, @sin, так и определяемые пользователем). Определение функций производится в особых группах «Функция», которые могут располагаться в любом месте канонической формы. Левая часть определения функции - это имя результата. Правая часть - это @<Имя функции>(<список формальных параметров>. Вернемся к блоку ПМА: квадратные скобки после имени переменной обозначают ее прошлое значение. (Каждая переменная модели мыслится как динамическая величина – функция времени.)

Y_P<@F(R_P[t-#theta])

Описание группы Роль включает название роли (Продавец), индекс взаимодействия (pm) и список имен переменных роли.

5.2. Блок Взаимодействие

В нашем примере это равновесный рынок. В отличие от блока Агент, блок ВД не имеет четкой структуры, но в блоках ВД можно использовать стандартные модели математической экономики - шаблоны. В нашем примере мы используем шаблон Равновесный рынок. Чтобы из шаблона получить соотношения блока ВД, надо формальные параметры шаблона заменить на фактические, т.е. на имена переменных модели.

Делая подстановку: $X[A](Y_s[P]; Y[A](I[P]; X[B](C[H]; Y[V](E[H]; Q_x(Q_y; Q_y(N_p; \sim p (\sim p; получаем уравнения блока (Рынок продукта):$

[Шаблон: Равновесный рынок]

[Прочие правила]

$$Y_s[P] = Y_s[P]()$$

$$I[P] = \sim p * Y[P]$$

$$C[H] = C[H]()$$

$$E[H] = \sim p * C[H]$$

[Баланс: Продукт; руб95 г; м; Буферный;]

$$dO_y = dt * (Y_s[P] - C[H])$$

$$0 < Y_s[P], C[H]$$

[Баланс: Деньги; руб; м; Буферный;]

$$dN_p = dt * (E[H] - I[P])$$

Q_y и N_p - законоопределенные буферные запасы. Они вводятся для контроля согласованности потоков передачи и получения Продукта и Денег.

[Прочие правила]

$$\sim p = \text{ROOT} \{ "Y_s[P]() - "C[H]() | 0 | 1000 \}$$

[Конец шаблона]

5.3. Блок Сфера

[ПМА;;-R0]

$$R0 = _R(t)$$

Функция $_R(t)$ задается на стадии оцифровки

6. Анализ размерности канонической формы

Глава посвящена контролю корректности модели, основанному на соображениях размерности (с позиций теории размерности).

Преподаватель: *Что такое лошадиная сила?*

Студент: *Это сила, которую развивает лошадь ростом в один метр и весом в один килограмм.*

Преподаватель: *Да где ж вы такую лошадь видели?!*

Студент: *А ее так просто не увидишь. Она хранится в Париже, в Палате мер и весов.*

(Из фольклора, собранного В.Ф. Очковым.)

6.1. Единицы измерения в физике и экономике

В физических науках для проверки корректности выписанных уравнений либо промежуточных выкладок часто и эффективно используются “соображения размерности”. Равенство, неравенство, сумма или разность величин разной физической размерности свидетельствует о наличии ошибок, независимо от значений этих величин. Например, любимое математиками уравнение $dx/dt=x$ неверно по “соображениям размерности”, если под t понимается обычное “физическое” время.

В сопоставлении с традиционными точными науками область математической экономики характеризуется отсутствием достаточно широкого набора общепризнанных и единообразно формализованных теорий разнообразных экономических явлений. Поэтому процесс создания экономико-математических моделей менее предопределен традициями и наработанной культурой точных наук и может считаться более индивидуальным, более творческим, чем процесс создания физических моделей. (Такое сопоставление отнюдь не относится к исследованию указанных моделей.) Хорошим подспорьем в этом процессе может оказаться контроль правильности написания модели, основанный на “соображениях размерности”, особенно если работу по контролю удастся переложить на компьютер.

В социально-экономических науках отсутствует какая бы то ни было общепринятая система единиц измерения, и даже не возникает вопрос о необходимости ее создания. (Речь идет не о наборе единиц измерения, а именно о системе.) Обратимся к классической физике и постараемся понять, что же такое система единиц измерения. Единицы измерения физических величин подразделяются на два класса: основные единицы измерения и производные. В наиболее распространенной системе СИ в качестве основных приняты: кг, метр, сек, ампер, кельвин, люкс, остальные единицы измерения, как, например, ньютон= $\text{кг}\times\text{метр}/\text{сек}^2$ являются производными.

При определении системы единиц существенными являются два обстоятельства. Первое, – очевидное, связано с процедурой измерения и необходимостью иметь эталоны. Второе связано с тем, что при независимом одновременном изменении всех эталонов процедуры измерения останутся корректными, но форма записи физических законов изменится, в уравнениях появятся новые множители – коэффициенты перехода. Изменение не очень принципиальное, но все же не желательное.

Разбиение единиц измерения на основные и производные делается так, чтобы при независимом изменении эталонов основных единиц и зависимом, – по соответствующим формулам, изменении эталонов производных единиц сохранилась форма записи физических закономерностей. Под физическим законом в данном случае следует понимать не пропорциональность неких величин, а уравнение, выражающее эту пропорциональность и, возможно, содержащее коэффициенты пропорциональности, которым также приписывается некоторая “размерность” и, соответственно, своя единица измерения. Иными словами, речь идет о группе масштабных преобразований и выделении из нее максимальной подгруппы, относительно которой инвариантны уравнения физических законов. Выбор некоторого набора единиц измерения в качестве основных определяет параметризацию этой подгруппы. Выбор другого набора основных единиц измерения даст другую параметризацию. Количество основных единиц измерения является инвариантом (размерностью подгруппы). Поскольку

любая физическая модель конструируется из набора известных физических законов, постольку она должна быть инвариантной относительно указанной подгруппы масштабных преобразований, что и находит свое отражение в требовании совпадения размерностей аддитивных или сравнимых (в смысле равенства или неравенства) величин. Открытие новых законов физики, вообще говоря, приводит к необходимости пересмотра систем единиц измерения.

Вернемся к вопросам экономического моделирования и обсудим возможность применения понятия размерности к этой области. Как уже отмечалось, в экономике нет, а, возможно, никогда и не будет, достаточно богатого набора общепринятых универсальных закономерностей, допускающих четкую формализацию, на который можно было бы опираться при создании моделей. Анализ с позиций размерности экономических величин, вообще говоря, может опираться только на внутренние свойства модели и не очень богатый набор внemodelных соображений, например, возможности независимого задания единиц измерения времени и денежной массы.

Стандартное использование “соображений размерности” в физических моделях опирается на знание некоторой общепринятой системы единиц и сводится к проверке совпадения размерностей аддитивных или сравнимых величин. Напрямую такой подход к экономическим моделям не применим. Однако, в рамках отдельной модели можно рассмотреть группу масштабных преобразований переменных и параметров модели, определить максимальную подгруппу этой группы, сохраняющую соотношения модели, выделить набор основных единиц измерения, которые допускают произвольное масштабирование, и набор производных единиц измерения, которые должны изменяться вполне определенным образом при масштабировании основных.

Иными словами, можно рассмотреть множество систем единиц измерения, определяемых не набором универсальных законов, а лишь условием инвариантности данной конкретной модели в этих системах единиц. Сама по себе ценность любой такой

системы единиц измерения невелика, однако ее можно приспособить для выявления ошибок в модели.

6.2. Алгоритм тестирования переменных и соотношений канонической формы

Далее мы опишем конструктивный алгоритм обнаружения ошибок, а сейчас кратко поясним идею, на которой он основан. Упомянутая максимальная подгруппа существует всегда, но может оказаться тривиальной. В этом случае все переменные и параметры модели обязаны быть безразмерными. С другой стороны, из внемоделных соображений может быть известно о наличии в модели заведомо “размерных”, т.е. допускающих произвольное масштабирование, величин, таких как время, или богатство. Наличие такого противоречия и является требованием к пересмотру модели.

Через $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ будем обозначать полный набор скалярных переменных, параметров и констант, участвующих в описании модели, буквами y_1, y_2 будем обозначать выражения, составленные из элементов X с использованием алгебраических операций, операций дифференцирования, интегрирования и применения стандартных математических либо пользовательских функций. (Можно было бы включить операции предельного перехода и бесконечного суммирования, но они, к счастью, не очень популярны в экономических науках.) Под соотношениями модели будем понимать пары выражений y_1, y_2 , соединенные знаком равенства или неравенства. Определим группу масштабных преобразований

$$G(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N): (x_1, x_2, \dots, x_N) \rightarrow (\exp(\alpha_1) \times x_1, \exp(\alpha_2) \times x_2, \dots, \exp(\alpha_N) \times x_N)$$

Искомую максимальную подгруппу обозначим G_0 . Определение инвариантности соотношений модели относительно G_0 требует уточнения и в некотором смысле усиления. Дело в том, что не очень ясно, как относиться к соотношениям типа

$$(y_1 - y_2)(y_3 - y_4) = y_5,$$

если в рамках модели оказалось $y_3 = y_4$. Далее будем считать, если выражения y_1 и y_2 встречаются в модели объединенные знаком сложения, вычитания, равенства или неравенства, т.е. автор модели имеет основания считать эти величины аддитивными или сравнимыми, то выражения y_1, y_2 обязаны одинаково преобразовываться группой G_0 .

Нашей «физической интуиции» относительно аддитивных и сравнимых величин вполне отвечает независимость от системы единиц измерения утверждения: «В одном удаве - тридцать восемь попугаев». Сформулированное требование подкрепим сообщением возможности виртуального расширения модели. Если автор модели счел величины y_1, y_2 аддитивными либо сравнимыми, он мог бы поставить вопрос: а во сколько раз одна из них больше другой? Т.е. в рамках модели можно было бы определить безразмерную величину y_1 / y_2 .

Относительно функций стандартных либо пользовательских (за исключением степенной и функции взятия максимума) будем требовать, чтобы и их аргументы, и их значения не изменялись под действием группы G_0 , т.е. не изменялись бы при смене эталонов измерения, иными словами являлись бы безразмерными. С одной стороны, этим требованием мы лишаем пользователя системы ЭКОМОД определить объем куба $V = x^3$ математически эквивалентной (при $x > 0$) формулой $V = \exp(3 \cdot \ln(x))$, с другой стороны мы все-таки считаем, что логарифм или синус может определяться только от безразмерных аргументов. Главное, чтобы пользователь системы помнил, что, подставляя некоторое выражение в качестве аргумента функции, он накладывает требование безразмерности этого выражения, и берет на себя всю ответственность за последствия. Выделенное положение степенной функции связано отнюдь не с нашим «физическим» пониманием того, что такое квадратный и даже кубический метр (квадратный килограмм или рубль мы понимаем несколько хуже), а с тем, что применение этой функции к размерным величинам, порождает традиционного вида мультипликативные зависимости

единиц измерения, с которыми (зависимостями) мы умеем работать.

Посмотрим, какие ограничения на группу G_0 порождает какое-либо конкретное соотношение модели, например, такое

$$x_1 + (x_1 - x_2 (x_3 + x_4^3))(x_5^2 - x_6^{3.14}) > x_7 x_1.$$

Согласно сформулированным требованиям, имеем

$$\alpha_3 = 3 \alpha_4, 2 \alpha_5 = 3.14 \alpha_6, \alpha_1 = \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 = \alpha_1 + 2 \alpha_5 = \alpha_1 + \alpha_7,$$

отсюда имеем

$$\alpha_5 = \alpha_6 = \alpha_7 = 0, \alpha_3 = 3 \alpha_4, \alpha_2 + \alpha_3 = \alpha_1.$$

Такого рода линейными связями параметров группы G и определяется подгруппа G_0 . Легко сообразить, что применение G_0 к выписанному соотношению приведет к появлению в нем экспоненциальных сомножителей, которые после вынесения их за все скобки сократятся. Анализ одного этого соотношения уже показывает, что переменные (или параметры, или константы) x_5 , x_6 и x_7 должны быть безразмерными. Если рассмотренное соотношение является единственным соотношением модели, то в качестве основных единиц измерения можно выбрать единицы измерения $[x_1]$ и $[x_2]$, и через них выразить размерности производных единиц:

$$[x_3] = [x_1]/[x_2]; [x_4] = [x_1]^{1/3} [x_2]^{-1/3}.$$

Ясно, что для модели, состоящей из более чем одного соотношения получение условий на G_0 сводится к перебору всех соотношений модели и выписывании для каждого из них некоторого набора линейных уравнений на параметры $\{\alpha_k\}$. Полученную в итоге систему линейных уравнений относительно $\{\alpha_k\}$ будем обозначать Σ . Не требует доказательства и тот факт, что, если подгруппа G_0 получена из группы G сужением допустимых значений параметров группы на множество решений системы Σ , то соотношения модели инвариантны относительно G_0 .

Внемодельные, т.е. не выраженные в явном виде в соотношениях модели, соображения относительно “размерности” могут быть следующими:

- Величина x_i - безразмерна, в этом случае, в систему Σ следует добавить условие $\alpha_i = 0$.

- Если известны связи между размерностями некоторых величин: $[x_i] = \prod_{j \in J} [x_j]^{\beta_j}$, то добавляем в Σ условие $\alpha_i = \sum_{j \in J} \alpha_j \beta_j$
- Величины $\{x_i \mid i \in I \subset \{1, 2, \dots, N\}\}$ должны иметь независимые размерности, т.е. допускать произвольное независимое масштабирование с сохранением соотношений модели. В этом случае надо требовать разрешимости Σ при произвольном задании $\{\alpha_i \mid i \in I\}$ относительно остальных α_j .

Таким образом, вопрос о проверке корректности модели с позиций “теории размерности” сводится к стандартной задаче линейной алгебры, - проверке разрешимости системы линейных уравнений Σ относительно переменных $\alpha_i : i \notin I$ при произвольно заданных $\alpha_i : i \in I$. Здесь и далее под Σ понимаем расширенную систему, в которой отражены и “внемодельные” соотношения.

Через M обозначим матрицу линейной однородной системы Σ , а через S ее подматрицу, составленную из столбцов с номерами $i \notin I$. Простым условием разрешимости системы Σ относительно переменных $\alpha_i : i \notin I$ при произвольно заданных $\alpha_i : i \in I$, является совпадение рангов матриц M и S , нарушение которого и могло бы сигнализировать о некорректности модели.

Однако более удобным оказывается использование некоей модификации метода исключения переменных, принадлежащего Гауссу. В первой строке матрицы M найдем ненулевой элемент $m_{1 i^*}$ с $i^* \notin I$. Если такого не найдется, то либо вся первая строка нулевая, и ее можно без сожаления вычеркнуть из матрицы M , либо в этой строке нулевыми являются только элементы с $i \in I$, что противоречит разрешимости системы Σ при произвольном задании $\{\alpha_i \mid i \in I\}$ относительно всех остальных α_j , т. е. уже свидетельствует о некорректности модели. Если ненулевой элемент $m_{1 i^*}$ с $i^* \notin I$ найден, выразим α_{i^*} из первой строки и, подставляя это выражение, исключим α_{i^*} из остальных строк. Отнесем i^* к J - множеству индексов “уже исключенных переменных”. Аналогично, из второй строки постараемся исключить некоторую $\alpha_{i^{**}}$ с

$i^{**} \notin (I \cup J)$. Продолжая последовательно перебирать строки, по ходу дела отбрасывая нулевые строки и расширяя на каждом шаге множество J , в итоге придем к одной из следующих ситуаций:

- Либо мы благополучно добираемся до конца. В этом случае в система Σ разрешима относительно переменных $\alpha_i : i \in J$ при произвольно заданных $\alpha_i : i \notin J$, т. е. переменные модели $x_i : i \in J$ допускают произвольное масштабирование.
- Либо на некотором шаге обнаруживается нетривиальная линейная зависимость переменных $\alpha_i : i \in I$, тогда набор соотношений модели, порождающий обработанные алгоритмом строки системы Σ , предъясняется как содержащий ошибку.

Создание модели - процесс длительный, связанный с обсуждениями, размышлениями, а зачастую и с дополнительными исследованиями. Поэтому желательно проверять корректность модели в процессе ее написания. Предложенный метод допускает такую возможность, причем позволяет аккумулировать проделанную работу по исключению переменных из системы Σ . Обработав часть соотношений модели, алгоритм хранит систему Σ в обработанном виде, дописывая в дальнейшем уже к ней уравнения для α_i , порождаемые другими соотношениями модели, и исключая из них "уже исключенные переменные". При этом в "новых" соотношениях модели могут появляться и новые переменные модели x_i , в том числе со связанными либо независимыми размерностями. Это легко учитывается увеличением числа столбцов матрицы M и расширением множества индексов I .

7. Расчетный модуль

7.1. Анализ систем уравнений

В ходе построения модели возникает система дифференциально-алгебраических уравнения, которая требует численного решения.

Остановимся на особенностях возникающей системы. Число уравнений совпадает с числом неизвестных, система всегда совместна. Каждое уравнение (алгебраическое или дифференциальное) определяет ровно одну переменную. Дифференциальные уравнения разрешены относительно одной из переменных (той, которую данное уравнение определяет). Все входящие в эти уравнения переменные можно разделить на 2 группы: зависимые и независимые. Зависимые переменные могут быть выражены через независимые (или через другие зависимые, которые, в конце концов, выражаются только через независимые, то есть образуют цепочки). Таким образом, уравнения, определяющие зависимые переменные, являются избыточными, поэтому в ходе расчетов они могут быть исключены. Также существуют переменные, которые не входят ни в одно другое уравнение. Очевидно, что уравнения, определяющие такие переменные, также могут быть исключены из рассмотрения. Однако, так как эти переменные могут оказаться существенными при анализе системы, необходимо предусмотреть возможность их вычисления.

Таким образом, расчетный блок может быть условно представлен в виде 3 этапов:

1. анализ зависимостей уравнения и исключение несущественных (зависимых) переменных;
2. собственно расчетная часть;
3. восстановление значений исключенных переменных.

7.2. Анализ зависимостей уравнений

Для удобства анализа зависимостей исходную систему уравнений удобно представить в виде матрицы ($n \times n$), где n - число уравнений, состоящей из 0 и 1. Эту матрицу расчетный блок получает от системы моделирования, поэтому формирование ее, а также упорядочение и переобозначение, если это необходимо, переменных не входит в задачу расчетного блока.

i -тая строка матрицы соответствует i -тому уравнению в исходной системе. В j -том столбце i -той строки стоит 1 в том случае, если j -тая переменная входит в i -тое уравнение, и 0 - в про-

тивном случае. В программе матрица представлена в виде двумерного массива целых чисел.

Рассмотрим алгоритм исключения зависимых переменных. Последовательно просматриваются столбцы матрицы. На i -ом шаге проверяется входит ли i -тая переменная в какое-либо уравнения, то есть существует ли хотя бы одна единица в i -том столбце. Если это так, то происходит переход к следующему столбцу. В противном случае i -тая строка исключается из дальнейшего рассмотрения.

Полный просмотр матрицы (с первого до последнего столбца) повторяется до тех пор, пока при очередном просмотре не находится ни одной строки, которая должна быть удалена.

Для избежания многократных перестановок строк матрицы используется вектор-индикатор. Это вектор длины n , состоящий из 0 и 1. Изначально всем элементам вектора присваивается значение, равное 1. При исключении i -той строки из матрицы, i -тому элементу вектора присваивается нулевое значение и в дальнейшем эта строка в матрице не рассматривается.

8. Визуализация моделей

Математическая модель экономической системы, как правило, представляет собой громоздкую систему уравнений и неравенств. Каноническая форма структурирует модель, но это достигается ценой введения в систему уравнений дополнительных переменных и соотношений. Математическое описание становится еще более громоздким. Это - следствие информационной избыточности канонической формы.

Визуализация модели нужна для того, чтобы пользователь мог быстро ориентироваться в системе уравнений и мог создать целостный образ модели. Образ модели поможет найти в архиве модель, которую можно использовать целиком, или модель, из которой можно позаимствовать отдельные элементы описаний.

8.1. Ракурсы модели экономики

Основой для визуализации служат материально-финансовая (МФС) и функциональная (ФС) схемы, характеризующие модель в двух ракурсах. МФС изображает движение и преобразования материальные и финансовые активов. Зоны влияния экономических агентов характеризуют в целом отношения экономических агентов по поводу производства и обращения. ФС изображает структуру информационных связей между экономическими агентами и роли агентов. В работе [3] показано, как построить МФС и ФС по канонической форме модели, но, как правило, эти схемы будут весьма запутанными. Итак, возникает первая задача - найти ясную и выразительную форму изображения схем на экране дисплея.

Исходные схемы можно и нужно упрощать, освобождая их от несущественных деталей и используя стандартность некоторых элементов описаний, например, шаблонов операций. Из МФС можно удалить, например, несущественные и вспомогательные запасы. Удаленные запасы можно изображать точками на дугах потоков в МФС. После этого на МФС останутся источники и стоки материальных активов, поименованных инвариантными метками, которые имеют общепринятое экономическое содержание, причем источники и стоки расположены во внеэкономической сферы. Кроме того, останутся преобразования материальных активов (ПМА), которые описывают технологические цепочки производства потребляемых населением благ и создания новых производственных мощностей, а также материальные потоки, характеризующие обращение материальных активов в экономике. Наконец, финансовые потоки и отношение ликвидности финансовых активов дают представление о системе денежного обращения.

ФС сама по себе уже представляет введенных в модель экономических агентов, взаимодействия, в которых они участвуют, роли экономических агентов и ролевую структуру взаимодействий агентов в экономике, как это описано в модели. Эта схема дает общее представление о механизмах регулирования

процессов воспроизводства, которые определяют характер эволюции экономики. Огрубление ФС можно проводить, используя преобразование "исключения агентов". Оно состоит в том, что соотношения группы блоков ЭА, участвующих в некотором ВД, объединяются вместе соотношениями ВД в один новый агрегированный блок ВД. Блоки ЭА исчезают вместе со всеми планами и сообщениями этих агентов.

Огрубленные МФС и ФС могут служить целостным образом модели. Проблема состоит только в том, как изобразить эти схемы на экране дисплея, чтобы они "читались" сразу в целом и позволяли легко установить соответствие между зонами влияния агентов на МФС и их ролями на ФС. Тогда пользователю нетрудно будет выбрать из архива модели, пригодные для решения новой задачи. Вопрос о преобразованиях канонической формы уже обсуждался в [1-3]. Например, ясно, как агрегировать экономических агентов и взаимодействия, но остается открытым вопрос, как корректно агрегировать материальные и даже финансовые активы, поскольку при этом пропадают некоторые из исходных планируемых переменных, и неясно, какими новыми планируемыми переменными их заменить.

8.2. Формальная постановка задачи

Задачей визуализации является построение графической структуры, элементами которой являются изображения ЭА, их взаимодействий (ВД) и сфер с принадлежащими им запасами и преобразованиями материальных активов (ПМА), а также связей между этими объектами в виде ролей и проходящих в ролях потоков с указанием их направления.

Пусть модель $\mathbf{M} = (\mathbf{G}, \mathbf{L})$, где \mathbf{G} представляет собой множество балансовых уравнений и ПМА, а \mathbf{L} – представляет собой множество ролей, каждая из которых представлена как множество потоков.

$\mathbf{G} = \{\mathbf{E}_i\}$, $1 \leq i \leq s$, где s – суммарное количество балансовых уравнений и ПМА в модели.

Введем также множество потоков $\mathbf{P} = \{(V_i, V_j)\}$, $E_i, E_j \in \mathbf{G}$.

$L = \{L_k\}$, где каждое $L_k = \{P_i\}: P_i \in P$.

Также введем три дополнительных множества A , I и S следующим образом:

$A = \bigcup_{j=1}^a A_j$, где a – количество агентов в модели.

$A_j = \bigcup_{k=1}^{a_j} E_k$, где $E_k \in G$ (агент объединяет в себе набор

балансов и ПМА). Причем $A_i \cap A_j = \emptyset \forall i \neq j$.

Аналогичным образом определяются множества I (взаимодействия) и S (сферы), причем $A \cup I \cup S = G$, кроме того A , S и G попарно не пересекаются. Таким образом, поставленная выше задача сводится к построению некоторой сети, узлы которой (балансы и ПМА) связаны ребрами (потоками и ролями). Изображение сети должно удовлетворять следующим требованиям:

1. Каждый ЭА модели должен быть изображен на схеме.
2. Для каждого балансового уравнения, содержащегося в описании агента, на схеме должен быть изображен запас, соответствующий этому уравнению.
3. Каждое ПМА, определяемое внутри описания агента, должно быть изображено на схеме.
4. Каждое ВД модели должно быть изображено на схеме.
5. Для каждого баланса, содержащегося в описании ВД, на схеме должен быть изображен запас, соответствующий этому уравнению.
6. Каждое ПМА, определяемое внутри описания ВД, должно быть изображено на схеме.
7. Каждая сфера, принадлежащая модели, должна быть изображена на схеме.
8. Для каждого баланса, содержащегося в описании сферы, на схеме должен быть изображен запас, соответствующий этому уравнению.
9. Каждое ПМА, определяемое внутри описания сферы, должно быть изображено на схеме.

10. Если переменная x входит в балансовое уравнение, определяющее запас $a1$ в качестве источника, а в уравнение, определяющее запас $a2$ в качестве стока, то на схеме должна быть изображена дуга, соединяющая запасы $a1$ и $a2$ с указанием ее направления (от $a1$ к $a2$).
11. Если переменная x входит в баланс, определяющий запас $a1$ в качестве источника, и в ПМА $p1$ в качестве стока, то на схеме должна быть изображена дуга, соединяющая запас $a1$ и ПМА $p1$ с указанием ее направления (от $a1$ к $p1$).
12. Если переменная x входит в баланс, определяющий запас $a1$ в качестве стока, и в ПМА $p1$ в качестве источника, то на схеме должна быть изображена дуга, соединяющая запас $a1$ и ПМА $p1$ с указанием ее направления (от $p1$ к $a1$).
13. Если поток (дуга, соединяющая два запаса или запас с ПМА) принадлежит одной из ролей агентов во взаимодействиях, эта роль должна быть изображена на схеме.

Подготовительным этапом перед самой визуализацией является построение дополнительных структур данных для описания ориентированного графа. В качестве вершин здесь выступают основные блоки (ЭА, ВД и сферы), принадлежащие им запасы и ПМА, а в качестве дуг - потоки и роли, которым эти потоки принадлежат.

8.3. Структуры данных

GraphType - верхний уровень описания графа. Содержит следующие поля: прототип модели, число агентов в модели, число сфер, число ВД, число ролей. массивы, содержащие описания содержимого блоков.

BlockInfo - структура данных для описания содержимого блока ЭА, ВД или сферы. Находится на втором уровне описания графа. Содержит поля: номер блока, информация о балансах и ПМА, относящихся к данному блоку, количество балансов и ПМА в данном блоке, название блока, ссылка на информацию о блоке, количество конкретных реализаций блока, x , y - вспомогательные поля, отвечающие за координаты изображения данного блока в окне визуализации.

Link_Info - структура второго уровня. Отвечает за описание потоков, соединяющих запасы друг с другом и с ПМА. Содержит поля: название потока, ссылка на информацию о переменной, связанной с данным потоком, ссылка на элемент массива, содержащий информацию об активе, к которому относится данный поток, название роли, к которой относится поток, ссылка на информацию о роли, к которой относится данный поток, тип блока, из которого идет поток (агент, взаимодействие или сфера), ссылка на информацию о блоке, из которого идет поток, тип соотношения (баланс или ПМА), в котором определяется поток в блоке, из которого он идет, ссылка на информацию об этом соотношении, четыре поля содержат аналогичную информацию о блоке, в который данный поток идет и о соотношении, в которое он входит, направление потока (источник - сток или наоборот).

EqInfo - структура третьего уровня. Отвечает за описания балансов, соответствующих запасам и соотношений, определяющих ПМА. Содержит поля: текст соотношения, название актива, ссылка на информацию о данном соотношении, количество потоков, соединенных с данным соотношением, координаты изображения данного баланса или ПМА в окне визуализации.

После того как массивы заполнены и установлены счетчики числа блоков, мы уже можем изображать блоки в окне визуализации. Вместе с этим мы собираем более подробную информацию о каждом блоке (для этого служит процедура *GatherInfo*). Здесь мы у каждого блока устанавливаем число принадлежащих ему балансовых уравнений и ПМА и заполняем массивы *TMInfo* и *BEInfo* (типа *EqInfo*). Для этого мы последовательно проходим по массиву *urt*, содержащему описания уравнений, и соотношения, относящиеся к нужному нам блоку, заносим в массив *TMInfo* или *BEInfo* в зависимости от того, является ли оно балансовым уравнением или ПМА (текст соотношений переносится в массивы из документов, описывающих блоки). На этой же стадии мы устанавливаем значения счетчиков запасов и ПМА у каждого блока.

После того как блок изображен и информация о запасах и ПМА, принадлежащих этому блоку, собрана, мы можем изобра-

зить их на схеме. Одновременно с изображением мы заполняем поле *Rect* у элементов массивов *BEInfo* и *TMInfo*, записывая туда координаты изображений запасов и ПМА. Эти координаты будут затем использованы при изображении потоков.

Последней и наиболее сложной частью сбора информации, необходимой для изображения схемы модели, является сбор информации о потоках. Для этого необходимо выполнить цикл по всем соотношениям у всех блоков и для каждой переменной, входящей в соотношение в качестве источника, найти соотношение, куда она же входит в качестве стока (поиск производится по данным, записанным в массивах *urt* (описания соотношений) и *vartelo* (описания переменных)). Найдя его, мы можем на основе описаний соотношения, содержащего источник, соотношения, содержащего сток, и самой переменной, которой соответствует рассматриваемый поток, занести очередной элемент в массив *Links* (типа *Links_Info*).

Выполнив полностью эту процедуру мы еще не можем приступить к изображению потоков на схеме, поскольку элементы массива *Links* расположены в неудобном для изображения порядке. На данном этапе хотелось бы отсортировать этот массив так, чтобы максимально упростить процедуру вычисления координат каждого потока. Если бы описания потоков располагались в нужной нам последовательности, мы могли бы изображать их последовательно сверху вниз для каждого агента. Агенты располагаются один под другим, поэтому горизонтальные потоки, идущие от разных агентов не пересекутся. Еще одна проблема, решаемая при сортировке, это изображение ролей. Роли изображаются на схеме в виде труб, через которые проходят потоки. Поэтому хотелось бы, чтобы потоки, относящиеся к одной и той же роли, располагались бы последовательно один под другим, и соответственно, элементы массива *Links*, содержащие описания потоков, относящихся к одной роли, располагались бы рядом. Для этого выполняется следующая сортировка массива *Links*:

- Требование о том, что элементы, имеющие одно и то же значение поля *SourceBlockType*, располагаются рядом уже выполнено в силу описанной выше последовательности заполнения

массива *Links*. Аналогично выполнено требование о том, внутри каждой части массива с одинаковым значением *SourceBlockType* все элементы, имеющие одинаковые значения поля *SourceBlockNum* также расположены рядом. Такая сортировка разбивает массив на сегменты, каждый из которых описывает множество потоков, входящих или исходящих из одного и того же агента.

- Каждый из описанных выше сегментов теперь отсортируем так, чтобы рядом располагались элементы, имеющие одинаковое значение поля *DestBlockType*, а затем каждый из получившихся сегментов с одинаковым *DestBlockType* отсортируем так, чтобы рядом располагались элементы с одинаковым значением *DestBlockNum*. После выполнения этой процедуры, каждый из сегментов массива, описывающих потоки, входящие или исходящие из одного агента, теперь разбит на подсегменты, в каждом из которых содержится множество потоков, идущих из этого агента в одно и то же взаимодействие или сферу.
- Те из полученных выше сегментов, которые соответствуют множеству потоков, соединяющих агенты и взаимодействия, теперь следует отсортировать так, чтобы рядом располагались потоки, соответствующие одной и той же роли.

После того как описанная выше сортировка выполнена, мы можем без серьезных затруднений изображать все потоки последовательно проходя по отсортированному массиву, располагая их в горизонтальном направлении сверху вниз. Также не возникает трудностей и изображением ролей, которые частично покрывают несколько расположенных один под другим потоков.

8.4. Программная реализация

Модель предоставляется пользователю в виде набора дочерних к главному окну приложения окон, реализованных в классе MDI. В каждом из таких окон содержится текст конкретной реализации одного из блоков (агента, взаимодействия или сферы). Одним из дочерних окон является также и окно визуализа-

ции, в котором располагается описанный выше граф. (окно визуализации и основные его компоненты показаны на рис. 7.1). Это окно содержит «чувствительные» (т.е. обладающие определенными реакциями на действия пользователя) компоненты, соответствующие элементам модели.

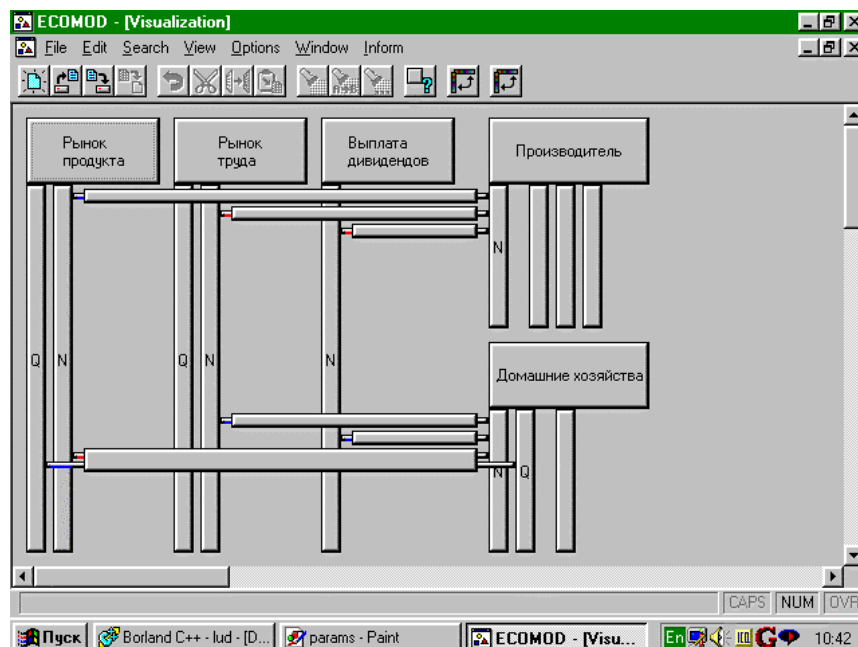


Рис. 7.1 – Окно визуализации.

Следующие объекты служат вершинами графа, изображающего схему модели.

Блоки. Каждый блок: изображаемый на нашей схеме соответствует конкретной вариации блока модели (агента, взаимодействия или сферы) и изображается в виде горизонтального прямоугольника с названием блока и значком «A», «I» или «S» (Agent, Interaction, Sphere).

Запасы. Запасы изображаются в виде вертикальных прямоугольников с обозначенным на них названием запаса и расположены непосредственно под блоками, в которых определяются соответствующие этим запасам балансовые уравнения.

ПМА. Соответствуют преобразованиям материальных активов и также изображаются в виде вертикальных прямоугольников, расположенных под блоками, в которых определяются, справа от

запасов. На изображениях ПМА написана левая часть уравнения, определяющего данное преобразование.

Теперь остановимся на объектах, служащих дугами графа и описывающих взаимодействие описанных выше компонент.

Потоки. Потоки соответствуют перемещению определенного актива и могут соединять два запаса или запас и ПМА. Потоки изображаются в виде горизонтальных линий с указанием их направления - синим цветом показывается источник, красным - сток. Изображение графа материальных потоков конкретного актива дает возможность наглядно увидеть циркуляцию выбранного актива в данной модели.

Роли. Роли изображаются в виде горизонтальных прямоугольников, частично прикрывающих один или несколько потоков, соответствующих одной и той же роли агента во взаимодействии.

Компоненты окна визуализации реализованы в виде объектов-кнопок, что дает возможность решить проблему пересекающихся объектов. Щелчок мышью по любому из пересекающихся объектов полностью «вытаскивает его на поверхность», что создает эффект многоуровневости изображения и одновременно решает проблему расположения нашего графа на плоскости. Еще одной возможностью, позволяющей решить проблему изображения сложных моделей, является возможность масштабирования. Пользователь может выбирать размеры виртуального окна, в котором строится вся картина, а часть ее можно в увеличенном виде наблюдать в окне визуализации, передвигаясь по виртуальному окну при помощи стандартных средств прокрутки. Выбранное расположение объектов (взаимодействия вместе с принадлежащими им запасами и ПМА расположены в левой части виртуального окна в горизонтальном порядке слева направо, агенты - в центральной в вертикальном порядке сверху вниз, а сферы - в правой) позволяет рассчитывать на правильное изображение сколь угодно сложных и богатых элементами моделей при достаточно большом коэффициенте увеличения.

Каждая из вышеперечисленных компонент окна визуализации обладает определенной реакцией на действия пользователя

(щелчок мышью по компоненте). Такое действие приводит к выводу дополнительной информации об этом объекте.

Информация о **блоках** содержит тип блока (агент, взаимодействие или сфера), его полное название, имя документа, в котором содержится формальное описание этого блока; код блока, и число его конкретных реализаций в рамках выбранной схемы модели. Также двойной щелчок правой кнопкой мыши по изображению блока приводит к активации окна, содержащего формальное описание этого блока.

Информация о **запасе** содержит текст балансового уравнения, соответствующего выбранному запасу, а также название актива, соответствующего этому запасу. Информация о **ПМА** содержит текст уравнения, определяющего это ПМА.

Информация о **потоке** содержит его название, а также название актива и роли, которым он соответствует.

Вызов окна визуализации производится посредством выбора пункта меню Visualize (подменю Options). Сначала автоматически выполнится процедура синтаксического анализа выбранной схемы. Затем пользователю предлагается выбрать коэффициенты масштабирования модели по обеим осям (значение (1,1) устанавливает размеры виртуального окна равными размеру клиентской области приложения ECOMOD), а также выбрать из списка активы, циркуляцию которых пользователь будет наблюдать. После выбора коэффициентов масштабирования и активов, открывается окно визуализации, содержащее описанный выше граф по выбранным активам.

8.5. Развитие системы визуализации

Важной задачей дальнейшего развития системы визуализации моделей является решение так называемой обратной задачи. До сих пор мы имели дело с готовыми моделями, наблюдая за их графической интерпретацией. Но процедура формального описания модели весьма сложна, поэтому нам хотелось бы максимально упростить и автоматизировать процесс создания такого описания. Наиболее приемлемым вариантом автоматизированного описания моделей является частично визуальный способ: пользо-

ватель строит графическую схему модели, «собирая» ее из того же набора компонент, который используется при визуализации уже имеющейся модели. Помещая компоненты в схему, пользователь естественно должен снабдить их смысловой нагрузкой (заданной как правило в виде набора соотношений). Такой способ описания модели напоминает принципы Visual Age языков программирования. Естественно, задание смысловой нагрузки объекта также требует от пользователя знания языка описания моделей, однако такой процесс существенно привлекательнее создания «с нуля» документов, описывающих функционирование модели, поскольку при частично визуальном описании модели пользователь наглядно видит ее схему, часть описания генерируется автоматически, а также возможен контроль за некоторыми ошибками (например источник без стока) на стадии описания. Еще одним шагом к упрощению процесса описания модели является создание библиотеки шаблонов, т.е. набора компонент или даже целой подсистемы взаимодействующих компонент, описывающих часть модели, обладающую определенным поведением. В библиотеку шаблонов имеет смысл заносить наиболее типичные подсистемы, часть встречающиеся в различных описаниях моделей. Таким образом для того, чтобы вставить какую-то типичную подсистему в создаваемую модель, пользователю понадобится лишь вставить в схему подходящий ему шаблон, оформленный в виде визуальной компоненты. Если в создаваемой модели имеется подсистема, сходная с одним из имеющихся шаблонов, но не совпадающих с ним, пользователь может нужным ему образом изменить смысловую нагрузку вставленной в схему подсистемы-шаблона. Такой процесс сильно уменьшает объем текста на языке описания модели, который необходимо написать пользователю.

8.6. Функциональное масштабирование

В случае, если модель, с которой работает пользователь, достаточно сложна и содержит большое количество компонент, изображение ее описанным выше способом несколько теряет наглядность. Возможность масштабирования позволяет более де-

тально рассмотреть часть модели, но не дает возможности наглядно увидеть схему модели в целом. Одним из способов решения этой проблемы является функциональное масштабирование модели - укрупнение атомарной единицы изображения, т.е. изображение схемы не в виде блоков, запасов, ПМА и связей между ними, а в виде множества взаимодействующих подсистем. Открытым остается вопрос, по какому же принципу выделять такие подсистемы (например, можно выделить замкнутые подсистемы или подсистемы, объединенные каким-то общим смыслом). Главной сложностью в этом случае является выделение таких систем из модели по ее описанию.

9. Список литературы:

1. *Годовников М.Н., Загоровский И.М., Комаров С.И., Петров А.А., Поспелов И.Г., Поспелова Л.Я.* Представление знаний об экономике в рамках математических моделей системного анализа развивающейся экономики. М.: ВЦ РАН, 1995.
2. *Комаров С.И., Петров А.А., Поспелов И.Г., Поспелова Л.Я.* Представление знаний, содержащихся в математических моделях экономики. Теория и системы управления, 1995, N 5.
3. *Петров А.А., Поспелов И.Г., Поспелова Л.Я.* Система интеллектуальной компьютерной поддержки математического моделирования экономики ЭКОМОД. М.: ВЦ РАН, 1996, 80с. 6.
4. *Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А.* Опыт математического моделирования экономики М.: Энергоатомиздат, 1996, 558с.
5. Математическое моделирование: Процессы в сложных экономических и экологических системах/ Под ред. А.А.Самарского, Н.Н.Моисеева, А.А.Петрова. М.: Наука, 1986.
6. Математическое моделирование: Методы описания и исследования сложных систем/ Под ред. А.А.Самарского, Н.Н.Моисеева, А.А.Петрова. М.: Наука, 1989.