

## ИССЛЕДОВАНИЕ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВЛИЯНИЯ НА ПРОИЗВОДСТВО ДЕНЕЖНОЙ ПОЛИТИКИ ЦЕНТРАЛЬНОГО БАНКА<sup>1</sup>

Э.В. Автухович, А.А. Петров, И.Г. Поспелов, А.А. Шананин

### *Аннотация*

Предложена математическая модель экономики, в которой существенны дефицит оборотных средств у производителей, нестабильность спроса на продукцию и высокие издержки обращения, высокая стоимость кредитных ресурсов, что характерно для нынешней российской экономики. Модель идентифицирована по статистическим данным об экономике России. С помощью модели исследовано влияние денежной политики Центрального банка на состояние реального сектора экономики при условии сохранения масштаба цен на продукты.

### *Abstract*

*A mathematical model of economy with shortage of working capital, instability of demand, high transaction costs and expansive credit is considered. These features are characteristic for modern Russian economy. The model was identified by Russian statistical data. The model has been used to investigate of influence of Central Bank policy on the real sector development.*

## **1. Введение.**

Эта работа относится к исследованиям отдела "Математическое моделирование экономических систем" Вычислительного центра РАН, которые образуют направление, названное системным анализом развивающейся экономики. Методами системного анализа развивающейся экономики были построены математические модели, с помощью которых проанализирована эволюция отечественных экономических структур в период 1986-1998 гг. (см. [1], [2], [3]). Модели позволили понять природу экономических процессов и с хорошей точностью воспроизвести временные ряды макроэкономических показателей, характеризующих состояние российской экономики на разных этапах ее преобразования. Причины неэффективности функционирования реального сектора экономики были одними из основных вопросов, изученных с помощью этих моделей. Своеобразие экономических отношений, складывавшихся по ходу перестройки и реформы, вынуждало нас разрабатывать новые, нетрадиционные для эконо-

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 00-15-96118 и 98-01-00777).

мической теории описания производства. Каждый раз мы моделировали поведение производителей на основе принципа рациональности, но каждый раз описания целей производителей и ограничений на их выбор отражали логику сложившихся экономических отношений.

Особенностью моделей плановой административно регулируемой экономики было то, что производители максимизировали отчетный объем выпуска, а не прибыль, как это принято в традиционных моделях. В таком случае эффективные цены, по которым производители продают продукцию (цены спроса), были выше эффективных цен, по которым они покупали сырье (цен предложения). Поэтому могли возникать избыточные производственные контуры и материально-финансовая несбалансированность экономики (подробнее см. [1], [2]).

Модели периода высокой инфляции (см. [1], [2]) отражали существенные особенности российской экономики периода 1992-1994 гг. Распад прежних связей, неразвитая рыночная инфраструктура и конкуренция импортных товаров существенно затруднили реализацию продукции отечественным производителям. В этих условиях возникли непредсказуемые задержки между выпуском и продажей продукции, и основным лимитирующим фактором стали оборотные фонды, а не производственные мощности или труд. Многие предприятия, исчерпав оборотные фонды, вынуждены были прекратить производство. Новые экономические отношения, которые сложились в экономике, были описаны моделями неэффективного инфляционного равновесия. В таком равновесии цены предложения выше цен спроса по причине задержек обращения. Было показано, что эту разницу цен можно было частично компенсировать за счет льготных кредитов, которые Центральный банк предоставлял производителям для пополнения оборотных средств. Льготные кредиты замедляли экономический спад, но усиливали инфляцию; тем самым сложившиеся отношения воспроизводили дефицит оборотных средств.

В условиях дефицита оборотных средств возникали новые отношения между производителями. Задержки обращения можно было бы уменьшить, если бы предприятия производили лишь по мере появления покупателей. Но тогда возникла бы проблема покрытия больших постоянных издержек, которые предприятия должны нести даже тогда, когда они не выпускают продукцию. В период 1992 - 1998 гг. российские производители иначе адаптировались к сложившимся условиям. Во-первых, они уменьшили потребности в оборотных фондах, предоставляя взаимный товарный кредит. Это породило известную проблему неплатежей, бартера и расчетов денежными суррогатами. Во-вторых, они сократили уровень постоянных издержек, перейдя к такому режиму работы, в котором стабильный выпуск сочетался с реализацией продукции по мере появления покупателей. Это породило проблему покрытия денежной составляющей постоянных издержек, чтобы решить ее, создавались самостоятельные торгово-посреднические структуры (ТПС), занимающиеся реализацией продукции производителей.

После того, как в 1995 г. Центральный банк прекратил выдавать производителям льготные кредиты, источником покрытия денежной составляющей постоянных издержек стали кредиты коммерческих банков. В моделях периода финансовой стабилизации 1995-1998 гг. (см. [2], [3]) описаны экономические отношения, при которых провинциальные коммерческие банки кредитовали по-

стоянные издержки производителей и ТПС, образуя с ними неформальные финансово-промышленные группы (ФПГ).

После кризиса в августе 1998 г. банки оказались не в состоянии выполнять прежнюю роль в ФПГ и не могли брать на себя все риски, связанные с задержками при реализации продукции. Кроме того, увеличилась денежная составляющая в расчетах между производителями, хотя сохранилась нестабильность реализации продукции. В послекризисных условиях процентные ставки за кредиты столь высоки, что многим производителям недоступны даже кредиты на пополнение оборотных средств. И в то же время эксперты отмечают, что в реальном секторе финансовые ресурсы используются неэффективно. Некоторые считают причиной неэффективности "мягкие бюджетные ограничения" (см. [4]), которые возникли как следствие отношений патернализма между государством и производителями. Дескать, государство, стремясь предотвратить нежелательные социальные последствия, кредитует нерентабельные предприятия. Возник разноречивых мнений между практиками и экономистами. Одни считают, что производство получает недостаточно кредитов, а другие – что кредиты избыточны. Чтобы разобраться в этом вопросе, прежде всего надо было построить новый класс моделей производства, которые в явном виде описывали бы оборотные средства предприятий, условия их кредитования, а также и нестабильность реализации продукции отечественных производителей.

Новые модели производства были созданы на основе известной схемы Хаутеккера – Иохансена. Исходная модель отрасли Хаутеккера – Иохансена нейтральна по отношению к деньгам, потому что не учитывает влияние на производство остатков расчетных счетов и ссудной задолженности предприятий. В общую схему было введено описание финансового регулирования производства в условиях нестабильного спроса на продукцию. В результате был создан новый класс производственных функций, которые задают зависимость выпуска продукта отраслью не только от величины производственной мощности, затрат сырья и рабочей силы, но и от остатков расчетного и ссудного счетов (см. [5]). Производственная функция этого класса использована в данной работе как описание блока производства в модели, описывающей механизм воздействия денежной политики Центрального банка на состояние реального сектора экономики. Центральный банк осуществляет кредитную эмиссию через систему коммерческих банков. Они распределяют кредитные ресурсы не только между производителями, но и торгово-посредническими структурами. Чтобы описать механизм воздействия кредитной эмиссии Центрального банка на уровень производства, в модели с достаточной степенью подробности описаны поведение и взаимодействия следующих экономических агентов: производителей, торгово-посреднических структур, потребителей, коммерческих банков и Центрального банка.

С помощью этой модели оценено, как влияет на производство увеличение объема денежной массы Центральным банком.

## **2. Описание производства при дефиците оборотных фондов**

Исследуя влияние денежной политики ЦБ на производство в современных российских условиях, надо считать, что производство действует в условиях дефицита оборотных фондов и нестабильного спроса на продукцию. Модель от-

расли производства, работающей именно в таких условиях, приведена в работе [5]. Нам достаточно использовать самое простое, односекторное однопродуктовое описание производства, поэтому воспользуемся результатами этой работы. Чтобы изложение было связным, кратко воспроизведем описание производства, отсылая за доказательствами к [5].

Представим себе, что однородный продукт производится множеством производственных единиц (для краткости будем называть их предприятиями). Выпуск продукта в единицу времени каждым предприятием ограничен его производственной мощностью. Каждое из предприятий производит продукт по собственной технологии. Технология задается нормами затрат производственных факторов текущего пользования (сырья, энергии, рабочей силы и т.д.) на выпуск единицы продукта. Технология производства выбирается при создании предприятия и после этого не меняется. Производственная мощность тоже определяется при создании предприятия, но потом уменьшается по мере износа и старения оборудования (выбытия основных фондов). Таким образом, можно считать, что в каждый момент времени производственные мощности распределены по технологиям. Это - исходное описание технологической структуры производства.

Производственные процессы протекают во времени, и каждый из них имеет собственный характерный временной масштаб. Характерные временные масштабы располагаются в порядке убывания. Самый большой временной масштаб имеют "очень медленные" процессы выбытия основных фондов предприятий и создания новых производственных мощностей. Следующими по величине временного масштаба стоят "медленные" процессы изменения цен на рынках продукта и производственных факторов текущего пользования (ПФТП). Изменения цен влияют на экономическую эффективность предприятий: себестоимость продукта и рентабельность предприятий. От текущей экономической эффективности зависит загрузка производственных мощностей предприятий. В исходной модели [6, 7] Хаутеккер и Йохансен принимали во внимание только эти процессы, неявно предполагая, что предприятиям не надо авансировать свои затраты.

На самом деле это не так. Производственный цикл занимает конечное время, поэтому затраты на приобретение ПФТП и выручка от реализации продукции разнесены во времени. Положение усугубляется, если спрос на продукт нестабилен или какие-то другие причины увеличивают задержки в обращении. Тогда предприятия вынуждены создавать оборотные фонды за счет заемных средств, а заемные средства дают банки под процент. Необходимость создавать оборотные средства влияет на экономическую эффективность предприятий и, следовательно, на уровень производства. Чтобы учесть эти обстоятельства, надо явным образом описать процессы с меньшими характерными временами. В иерархии характерных временных масштабов следующее место занимают "быстрые" процессы изменения процентов на рынках кредитов. Ликвидность денег выше ликвидности товаров, поэтому ставки процентов изменяются быстрее, чем цены продуктов. Наконец, еще меньше характерный временной масштаб "очень быстрых" процессов текущих платежей предприятий, обеспечивающих непрерывность производства.

Будем описывать "очень быстрые" и "быстрые" процессы, влияющие на загрузку производственных мощностей через изменение экономической эффективности предприятий. На этих временах распределение мощностей по технологиям можно считать заданным, так же как и цены продукта и ПФТП. Раз цены ПФТП не меняются, то постоянной остается и себестоимость продукта каждого предприятия. Поэтому можно перейти от распределения мощностей по технологиям к распределению мощностей по себестоимости продукта, объединив в одно все предприятия с одинаковой себестоимостью. Удобно считать плотность этого распределения мощностей  $\eta(y)$  непрерывной функцией себестоимости  $y^2$ .

В "очень быстром" времени описаны текущие расходы предприятия на покупку ПФТП, производство и реализация произведенного продукта. Так как спрос нестабилен, то моменты времени реализации продукта<sup>3</sup> моделируются случайным пуассоновским процессом с параметром  $\lambda$ . В таком описании среднеквадратичное отклонение отрезка времени между последовательными моментами реализации продукта сравнимо с его математическим ожиданием, а математическое ожидание задает характерный временной масштаб. Процесс производства, так же как и затраты на ПФТП, между последовательными моментами реализации совершаются непрерывно, пока предприятие может платить за ПФТП.

Теперь рассмотрим механизм регулирования производства. Представим себе, что предприятия объединены в некоторые корпорации, которые владеют основными производственными фондами предприятий и распоряжаются их финансами<sup>4</sup>. Управляющие корпорацией определяют правила деятельности менеджеров предприятий и оценку результатов деятельности менеджеров. Правила и оценка деятельности менеджеров характеризуются набором параметров, часть из которых выбирают сами менеджеры, чтобы повысить свою оценку, а другую часть - управляющие корпорацией в соответствии с собственными интересами. Параметры, которые выбирают менеджеры, задают механизмы регулирования "очень быстрых" процессов, параметры, которые выбирают управляющие корпорацией, - механизмы регулирования "быстрых" процессов. Далее для простоты считается, что производство подчиняется единой корпорации<sup>5</sup>.

---

<sup>2</sup> В [8, стр.330-339] обсуждаются вопросы перехода от дискретного к непрерывному описанию.

<sup>3</sup> Интерпретация случайного события "реализация продукта" дается в п. 3, где описывается деятельность торговых посредников.

<sup>4</sup> В нынешних российских условиях прообразами таких корпораций можно считать объединения, холдинги или акционерные общества, которые возникли на месте бывших отраслевых министерств.

<sup>5</sup> Забегая вперед, заметим, что в результате сначала получается макроописание регулирования загрузки производственных мощностей экономическим агентом, которого мы назвали "менеджеры предприятий", а затем макроописание регулирования деятельности экономических агентов "менеджеры предприятий" экономическим агентом, названным "управляющие корпорацией". В итоге получена производственная функция, которая описывает выпуск продукта в зависимости от суммарной производственной мощности, суммарных затрат ПФТП, суммарных остатков расчетных и ссудных счетов предприятий.

Ни менеджеры, ни, тем более, управляющие корпорацией не могут контролировать случайный процесс реализации продукта. Поэтому менеджерам предприятий устанавливаются следующие правила деятельности. Вся выручка от реализации продукта принадлежит корпорации. В момент реализации продукта корпорация наделяет предприятие деньгами  $Q$  под процент  $\Delta$  – оборотными фондами, – за которые оно должно расплатиться из выручки от следующей реализации. Полученных денег предприятию хватит, чтобы производить на полную мощность в течение времени  $Q/(y\eta(y))$ . Если следующая реализация случится через время  $t \leq Q/(y\eta(y))$ , то предприятие получает выручку  $\sigma(t) = p_0\eta(y)t$  и у него остается часть занятых денег  $Q - y\eta(y)t$ . Для контроля финансовой деятельности предприятия из этой суммы вычитаются одолженные корпорацией деньги с процентами  $Q \exp(\Delta t)$ , а остаток зачисляется в доходы корпорации. Взамен предприятие снова получает деньги  $Q$  под процент  $\Delta$  и т.д. Если же следующая реализация случится через время  $t > Q/(y\eta(y))$ , то предприятие либо останавливается после исчерпания полученных средств, либо может продолжать производить до следующей реализации продукта, оплачивая ПФТП средствами корпорации, которая теперь открывает предприятию кредитную линию под процент  $r$ . В единицу времени предприятию выдается кредит  $K \leq y\eta(y)$  только для продолжения производства. В следующий момент реализации предприятие имеет выручку  $\sigma(t) = p_0 Q/y + p_0 K(t - Q/(y\eta(y)))/y$ , из которой оно "возмещает" весь кредит с процентами:  $Q \exp(\Delta t)$  и

$$\frac{K}{r} \left( e^{r \left( t - \frac{Q}{y\eta(y)} \right)_+} - 1 \right).$$

Здесь и далее используется обозначение  $(x)_+ = \max\{0, x\}$ .

Корпорация оценивает деятельность менеджера предприятия средним за период между двумя последовательными реализациями продукта чистым доходом, дисконтированным процентом  $\Delta$ <sup>6</sup>. Менеджер управляет текущим производством, поэтому естественно считать, что он регулирует спрос на деньги  $Q$  и кредиты  $K \leq y\eta(y)$ , имея информацию об условиях кредита, о статистических характеристиках процесса реализации продукта и о критерии успешности своей деятельности.

Из всего сказанного выше следует, что регулирование загрузки мощности предприятия в "очень быстром" времени описывается решением задачи на максимум математического ожидания дисконтированного чистого дохода:

---

<sup>6</sup> Можно предложить и другую интерпретацию правилам деятельности менеджера предприятия. Корпорация наделяет менеджера предприятия собственными оборотными фондами  $Q$  и назначает ему коэффициент дисконтирования чистого дохода  $\Delta$ . Регулируя величину  $\Delta$ , управляющий корпорации регулирует загрузку производственной мощности предприятия - чем больше  $\Delta$ , тем выше ценятся ближние доходы, тем меньше будут  $Q$  и  $K$ , следовательно, меньше будет загрузка мощности в среднем.

$$\int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} \left[ \left( (Q - y\eta(y)t)_+ + \sigma(t) - \frac{K}{r} \left( e^{r \left( \frac{t-Q}{y\eta(y)} \right)_+} - 1 \right) \right) e^{-\Delta t} - Q \right] dt \rightarrow \max_{Q \geq 0, 0 \leq K \leq y\eta(y)}$$

Решение задачи

$$Q^* = \frac{y\eta(y)}{\lambda + \Delta} \min \left\{ \ln \left( \frac{\lambda(p_0 - y)_+}{y\Delta} \right) \right\}_+, \left\{ \ln \left( \frac{\lambda r}{\Delta(\lambda + \Delta - r)_+} \right) \right\}_+ \right\},$$

$$K^* = y\eta(y) \theta \left( \frac{p_0 - y}{p_0} - \frac{r}{\lambda + \Delta} \right),$$

где  $\theta(\cdot)$  – функция Хевисайда, определяет спрос предприятия на кредиты и, следовательно, загрузку производственной мощности в зависимости от процентов за кредиты  $\Delta$  и  $r$  при заданных цене продукта  $p_0$ , себестоимости  $y$  продукта и мощности  $\eta(y)$ .

Экономическое содержание механизма регулирования деятельности предприятия поясняет рис. 1. На этом рисунке показано, как зависит

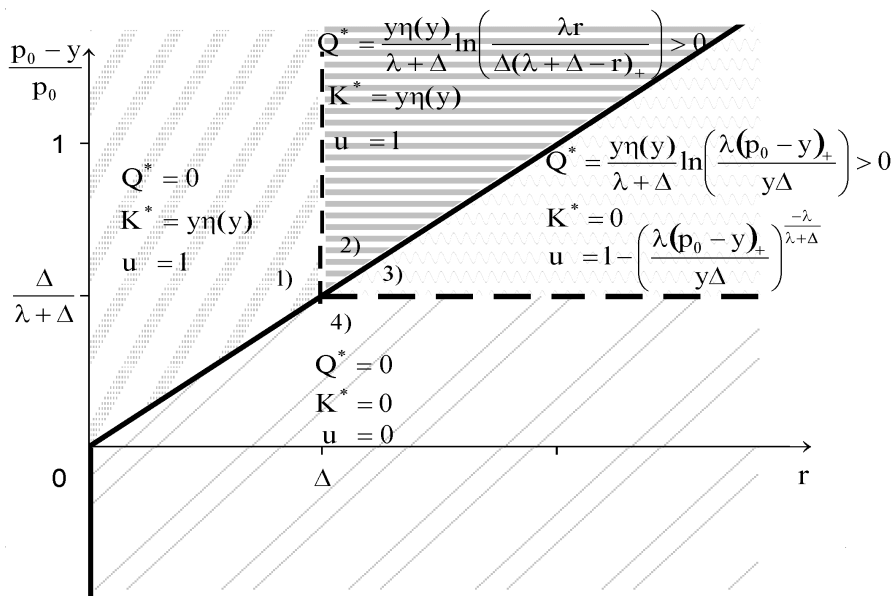


Рис. 1

спрос на кредиты  $Q^*$  и  $K^*$  от прибыльности предприятия  $(p_0 - y)/p_0$  и процента за кредит  $r$ . Выше прямой  $(p_0 - y)/p_0 = r/(\lambda + \Delta)$  прибыльность предприятия  $(p_0 - y)/p_0$  больше критической величины, которая определяется относительным процентом за кредит  $r/(\lambda + \Delta)$ , установленным управляющими корпорацией. При этом условии предприятие производит продукт на полную мощность. Если процент за кредит  $r$  установлен ниже процента  $\Delta$ , предприятие, естест-

венно, отказывается от кредита в момент реализации продукта ( $Q^* = 0$ ), предпочитая воспользоваться более дешевой кредитной линией. В противном случае предприятие берет кредит в момент реализации продукта, дополняя его более дорогой кредитной линией. Если же прибыльность предприятия ниже критической величины, то его мощность полностью не загружается, потому что менеджеру не выгодно открывать кредитную линию. Если прибыльность предприятия выше критической величины  $\Delta/(\lambda + \Delta)$ , которая зависит от относительного процента за кредит  $\Delta/\lambda$ , установленного управляющими корпорации, то предприятие берет кредит в момент реализации продукта и работает, пока не исчерпаются взятые деньги. В противном случае предприятие вовсе не берет кредит и не производит продукт.

После того, как определен спрос предприятия на кредиты  $Q^*$  и  $K^*$ , описан процесс производства. Это – непрерывные детерминированные процессы замещения и расходования оборотных фондов для производства, разделенные заданными скачками оборотных фондов  $Q^*$  в случайные пуассоновские моменты времени реализации продукта. Управляющие корпорацией регулируют производство в "быстром" времени, ориентируясь на средние по времени показатели деятельности предприятий. В работе [5] средние случайных величины оцениваются их математическими ожиданиями по усиленному закону больших чисел. Усреднив долю времени, когда предприятие работает, получаем среднюю загрузку его мощности

$$u(y, \Delta, r, p_0) = \left( 1 - \left( \frac{\lambda(p_0 - y)_+}{y\Delta} \right)^{\frac{-\lambda}{\lambda + \Delta}} \theta \left( \frac{r}{\lambda + \Delta} - \frac{p_0 - y}{p_0} \right) \right)_+.$$

Усреднив текущее количество денег у предприятия, получаем средний остаток его текущего счета (на единицу мощности)

$$N(y, \Delta, r, p_0) = \min \left\{ \frac{y}{\lambda + \Delta} \left( \ln \left( \frac{\lambda(p_0 - y)_+}{y\Delta} \right) \right)_+ + \frac{y}{\lambda} \left( \left( \frac{\lambda(p_0 - y)_+}{y\Delta} \right)^{\frac{-\lambda}{\lambda + \Delta}} - 1 \right)_-, \right. \\ \left. \frac{y}{\lambda + \Delta} \left( \ln \left( \frac{\lambda r}{\Delta(\lambda + \Delta - r)_+} \right) \right)_+ + \frac{y}{\lambda} \left( \left( \frac{\lambda r}{\Delta(\lambda + \Delta - r)_+} \right)^{\frac{-\lambda}{\lambda + \Delta}} - 1 \right)_- \right\}.$$

Здесь и далее используется обозначение  $(x)_- = \min\{0, x\}$ . Усреднив текущую задолженность предприятия, получаем средний остаток его ссудного счета (на единицу мощности)

$$L(y, \Delta, r, p_0) = \frac{y}{(\lambda - r)_+} \theta \left( \frac{p_0 - y}{p_0} - \frac{r}{\lambda + \Delta} \right) \min \left\{ 1, \left( \frac{\lambda r}{\Delta(\lambda + \Delta - r)_+} \right)^{\frac{-\lambda}{\lambda + \Delta}} \right\}.$$



Заметим, что из этого выражения следует естественное ограничение на процент по кредитной линии: процент  $r/\lambda$  за характерную единицу времени "очень быстрых" процессов должен быть меньше 1, иначе средняя задолженность будет неограниченной. Усреднив текущий доход предприятия, получаем средний доход (на единицу мощности)

$$\pi(y, \Delta, r, p_0) = (p_0 - y)_+ \left( 1 - \left( \frac{\lambda(p_0 - y)_+}{y\Delta} \right)^{\frac{-\lambda}{\lambda + \Delta}} \theta \left( \frac{r}{\lambda + \Delta} - \frac{p_0 - y}{p_0} \right) \right)_+.$$

Таким образом, характерный масштаб "быстрого" времени - промежуток времени, на котором среднее случайной величины достаточно точно оценивает ее вероятностную характеристику. Он больше характерного масштаба "очень быстрого" времени.

Ориентируясь на средние показатели деятельности предприятий, управляющие корпорацией регулируют деятельность предприятий, назначая им индивидуальные ставки процентов за кредиты  $\Delta$  и  $r$ . Формально можно считать, что мощности предприятий распределяются по  $\Delta$  и  $r$ . Обозначим через  $\tilde{\eta}(y, \Delta, r)$  это распределение, оно считается неотрицательной мерой, удовлетворяющей балансовому ограничению

$$\int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \tilde{\eta}(y, \Delta, r) d\Delta dr \leq \eta(y) \text{ при всех } y \geq 0. \quad (2.1)$$

Корпорация строит свои отношения с предприятиями так, чтобы эффективно использовать замороженные на текущих счетах оборотные фонды предприятий и средства, выданные им по кредитной линии. Формально такие отношения можно выразить решением задачи на максимум суммарного среднего дохода корпорации:

$$\int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \pi(y, \Delta, r, p_0) \tilde{\eta}(y, \Delta, r) dy d\Delta dr \rightarrow \max_{\tilde{\eta}(y, \Delta, r) \geq 0} \quad (2.2)$$

при ограничении на суммарный остаток текущих счетов предприятий

$$\int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} N(y, \Delta, r, p_0) \tilde{\eta}(y, \Delta, r) dy d\Delta dr \leq N, \quad (2.3)$$

при ограничении на суммарный остаток ссудных счетов предприятий

$$\int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} L(y, \Delta, r, p_0) \tilde{\eta}(y, \Delta, r) dy d\Delta dr \leq L \quad (2.4)$$

и при балансовом ограничении (2.1).

Эта задача линейного программирования в функциональном пространстве исследована в работе [5]. Здесь приведем только ее решение. Обозначим  $W \geq 0$  множитель Лагранжа (двойственную переменную) к ограничению (2.3), а  $S \geq 0$  – множитель Лагранжа к ограничению (2.4) и введем относительные величины  $w = W/\lambda$  и  $s = S/\lambda$ . Двойственная переменная  $w$  задает цену ограничения (2.3), а двойственная переменная  $s$  - цену ограничения (2.4). Следовательно, по экономическому смыслу  $w$  есть цена денег, которые корпорация вынуждена заморозить на текущих счетах предприятий. Это - или процент по бессрочным вкладам, если считать  $N$  депонированными средствами, или норма дисконтирования корпорацией своих доходов, если считать  $N$  собственными средствами корпорации. Соответственно  $s$  есть цена суммарных ссуд по кредитным линиям, поэтому ее можно считать процентом, под который сама корпорация пополняет ресурсы кредитных линий.

Решение задачи определяет предложение продукта производством в зависимости от нормы дисконтирования  $w$ , от процента  $s$  по кредитной линии, открытой корпорации, и от цены продукта  $p_0$

$$Y(w, s, p_0) = \int_0^{p_0} \left( 1 - \left( \frac{wy}{wy + p_0 - y} \right) \theta \left( s - \frac{p_0 - y}{y} \right) \right) \eta(y) dy, \quad (2.5)$$

спрос производства на ПФТП в зависимости от нормы дисконтирования  $w$ , процента  $s$  по кредитной линии корпорации и цены продукта  $p_0$

$$Z(w, s, p_0) = \int_0^{p_0} \left( 1 - \left( \frac{wy}{wy + p_0 - y} \right) \theta \left( s - \frac{p_0 - y}{y} \right) \right) y \eta(y) dy, \quad (2.6)$$

предложение производством денег в зависимости от нормы дисконтирования  $w$ , процента  $s$  по кредитной линии корпорации и цены продукта  $p_0$

$$N(w, s, p_0) = \frac{1}{\lambda} \int_0^{p_0} \left\{ \ln \left( \frac{p_0 - y + wy}{wy} \right) + \frac{y - p_0}{p_0 - y + wy} \right\} y \eta(y) dy \quad (2.7)$$

и спрос производства на кредиты в зависимости от процента  $s$  по кредитной линии корпорации и цены продукта  $p_0$

$$L(s, p_0) = \frac{1}{\lambda} \int_0^{\frac{p_0}{1+s}} y \eta(y) dy. \quad (2.8)$$

Непосредственной проверкой можно убедиться, что

$$p_0 Y(w, s, p_0) - Z(w, s, p_0) - s \lambda L(s, p_0) \geq 0. \quad (2.9)$$

Значит, процентные платежи банковской системе обеспечены доходами корпорации при любых процентах за кредит  $s\lambda$ .

Если с помощью выражений (2.6)-(2.8) исключить  $p_0$ ,  $w$  и  $s$  в выражении (2.5), то получим производственную функцию, в агрегированной форме описывающей зависимость выпуска продукта от затрат ПФТП, остатка текущего счета и остатка ссудного счета производства.

Выражения (2.5)-(2.8) описывают особенности регулирования производства в условиях недостатка оборотных фондов предприятий. Из выражений (2.5) и (2.6) можно усмотреть, что производственные факторы используются неэффективно, если процент по кредитной линии  $s$  велик. Недогружаются высоко-рентабельные предприятия, зато загружаются мощности относительно низко-рентабельных предприятий (говорят, что предприятия действуют в условиях "мягких" финансовых ограничений). Из выражения (2.8) можно усмотреть, что производство не использует дорогую кредитную линию. Если же процент по кредитной линии  $s$  низкий, то доля недогруженных мощностей уменьшается (финансовые ограничения деятельности предприятий ужесточаются). Одновременно уменьшается предложение производством денег (2.7).

Далее мы будем считать, что производство держит деньги на текущих счетах в банковской системе, и банки открывают производству кредитную линию. Процент по кредитной линии определяется описанием взаимодействия банковской системы с производством в п. 4. "Медленный" процесс регулирования цены продукта  $p_0$  торгово-посреднической фирмой описан в пп. 3 и 5.

### **3. Описание торговых посредников**

Исследуя влияние денежной политики Центрального банка на производство в нынешней российской экономике, надо принимать во внимание и описывать в явной форме не только наши специфические механизмы регулирования производства, но и специфические механизмы обращения. В нашей экономике очень велики издержки обращения, в конечном счете, они объясняются неразвитостью рыночной инфраструктуры. Неразвитая инфраструктура – это длинные цепочки посредников, высокие издержки на транспортировку, высокие накладные расходы (включая взятки), высокие арендные платежи в каждом звене цепочек и т.п. Чтобы как-то и снизить все эти побочные платежи, торговые посредники вынуждены нести высокие постоянные издержки, организуя и одновременно монополизировав каналы реализации продукта.

После вводных пояснений перейдем к описанию функции и механизмов регулирования деятельности торговых посредников. Торговые посредники покупают произведенный продукт у производителей и продают его конечным потребителям. Торговые посредники организованы в торгово-посредническую фирму (ТПФ), которая занимает монопольное положение на рынках продукта. Это означает, что ТПФ регулирует и цену производства продукта  $p_0$ , и цену его потребления  $\tilde{p}_0$ . Будем считать, что процессы покупки продукта у производителей и затрат на покупку и реализацию продукта конечным потребителям происходят в "очень быстром" времени, процессы регулирования процентов за кредит – в "быстром" времени, а процессы регулирования цен продукта – в "медленном" времени. "Очень быстрые" процессы регулируют торговые менеджеры, а "быстрые" и "медленные" процессы регулируют управляющие ТПФ.

Представим себе, что у производителей продукт покупают многочисленные, независимо действующие торговые посредники. В случайные моменты времени торговые посредники покупают продукт у случайных производителей по монопольной цене  $p_0$ , установленной управляющими ТПФ. Это те случайные моменты реализации продукта производителями, которые рассмотрены в п. 2. Купленный продукт торговые посредники ЕМВЕДотправляют на склад ТПФ. Они несут издержки, связанные не с величиной торгового оборота, а с необходимостью организовывать и поддерживать каналы реализации товара в условиях нашей плохой рыночной инфраструктуры. По экспертным оценкам последние у нас до сих пор составляют значительную часть суммарных издержек.

Принятое описание процесса покупок продукта у производителей дает основание оценить количество продукта, которое ТПФ покупает в единицу времени, средним предложением  $Y(w, s, p_0)$  (2.6). Торговая наценка  $g_T = (\tilde{p}_0 - p_0)Y(w, s, p_0)$  является источником доходов ТПФ, но не вся она достается торговым посредникам. Часть ее расходуется на поддержание монопольных каналов реализации продукта. Доля  $f(g_T/\xi(u_T))$  торговой наценки, которая достается ТПФ, зависит от самой наценки и эффективности  $\xi(u_T)$  постоянных издержек  $u_T$  на поддержание каналов реализации. Как правило, чем больше издержки, тем выше их эффективность, но предельная эффективность издержек снижается с их ростом. Из этих соображений полагаем, что

$$\xi(u_T) = \frac{C_T u_T}{(u_T + \tilde{u}_T)}, \quad (3.1)$$

где  $\tilde{u}_T$  - характерный масштаб постоянных издержек. Зависимость доли торговой наценки от аргумента примем в виде

$$f(x) = \gamma_0 + \frac{\gamma_1}{\gamma_2 + x}, \quad (3.2)$$

где  $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$  – положительные постоянные. Почему функция  $f(x)$  выбрана в таком виде – обсуждается ниже.

В случайные моменты времени ТПФ реализует продукт конечным потребителям, согласным заплатить цену  $\tilde{p}_0$ . Промежутки между последовательными моментами времени реализации мы моделируем пуассоновским потоком с параметром  $\lambda_T$ . Торговые менеджеры и, тем более, управляющие ТПФ не могут контролировать процесс реализации продукта, поэтому ТПФ устанавливает следующие правила деятельности торговых менеджеров. Весь доход принадлежит ТПФ. В момент реализации продукта ТПФ наделяет торговых менеджеров (ТМ) деньгами  $Q_T$  под процент  $\Delta_T$  – оборотными фондами – для финансирования постоянных издержек. Если следующая реализация продукта случится через время  $t \leq Q_T/u_T$ , то ТМ получит доход  $v(u_T) = g_T f(g_T(u_T + \tilde{u}_T)/C_T u_T) t$  и у него останутся деньги  $Q_T - u_T t$ . Для контроля финансовой деятельности ТМ из

выручки вычитаются одолженные деньги с процентами  $Q_T \exp(\Delta_T t)$ , оставшееся зачисляется в доходы ТПФ. Взамен ТПФ снова наделяет торговых менеджеров оборотными фондами и т.д. Если же следующая реализация случится через время  $t > Q_T/u_T$ , то ТМ вынужден брать кредит для финансирования постоянных издержек. Под гарантии ТПФ банковская система открывает торговому менеджеру кредитную линию под процент  $r_T$ . Из дохода от реализации продукта ТМ "возмещает" весь кредит с процентами:  $Q_T \exp(\Delta_T t)$  и  $u_T/r_T [\exp(r_T (t - Q_T/u_T)_+) - 1]$ . ТПФ оценивает деятельность торговых менеджеров средним (между двумя последовательными реализациями) доходом, дисконтированным процентом  $\Delta_T$ .

Торговые менеджеры выбирают величину кредита  $Q_T$  и величину постоянных издержек  $u_T$  так, чтобы добиться максимальной оценки. В соответствии со всем сказанным регулирование деятельности ТМ в "очень быстром" времени можно определить как решение задачи на максимум математического ожидания дисконтированного дохода:

$$\int_0^{\infty} \lambda_T e^{-\lambda_T t} \left[ \left( (Q_T - u_T t)_+ + v(u_T) - \frac{u_T}{r_T} \left( e^{r_T \left( t - \frac{Q_T}{u_T} \right)_+} - 1 \right) \right) e^{-\Delta_T t} - Q_T \right] dt \rightarrow \max_{\substack{Q_T \geq 0, \\ u_T \geq 0}} \quad (3.3)$$

В результате максимизации выражения (3.3) по  $Q_T$  определяется спрос ТМ на кредит

$$Q_T^*(u_T) = \frac{u_T}{\lambda_T + \Delta_T} \left( \ln \frac{\lambda_T r_T}{\Delta_T (\lambda_T + \Delta_T - r_T)_+} \right)_+$$

в зависимости от процентов  $\Delta_T$  и  $r_T$ , а также от величины постоянных издержек  $u_T$ .

Приняв функциональную зависимость доли торговой наценки, достигающейся ТПФ, в виде (3.2), находим, что максимум выражения (3.3) по  $u_T$  достигается при

$$u_T^* = \frac{g_T \tilde{u}_T}{g_T + \gamma_2 C_T} \varphi(r_T), \quad (3.4)$$

где

$$\varphi(r_T) = \sqrt{\frac{\gamma_1 C_T}{\tilde{u}_T \left\{ \frac{\Delta_T}{\lambda_T} \left[ 1 + \left( \ln \frac{\lambda_T r_T}{\Delta_T (\lambda_T + \Delta_T - r_T)_+} \right)_+ \right] \right\}}}. \quad (3.5)$$

Таким образом, постоянные издержки (они же и спрос на кредит по кредитной линии) представляются произведением двух множителей. Один из множителей

зависит от торговой наценки  $g_T$ , но не зависит от процента по кредитной линии  $r_T$ , а другой зависит от  $r_T$ , но не зависит от  $g_T$ . Это обстоятельство упрощает дальнейшие вычисления и объясняет, почему функция  $f(x)$  принята в виде (3.2). В работе [3] показано, что постоянные издержки допускают такое мультипликативное представление тогда и только тогда, когда  $f(x)$  имеет вид (3.2).

Отношения ТПФ с торговыми менеджерами описаны иначе, чем отношения корпорации и производителями. После того, как определены спрос на кредит  $Q_T^*$  и постоянные издержки  $u_T^*$ , задан случайный процесс получения доходов и заимствований ТМ. Управляющие ТПФ ориентируются на средние показатели деятельности торговых менеджеров. Как и в п.2, средние случайных величин оцениваем математическими ожиданиями по усиленному закону больших чисел. В результате получаем выражение для среднего остатка текущего счета торговых менеджеров ТПФ

$$N_T(u_T^*, \Delta_T, r_T) = u_T^* \left( \frac{1}{\lambda_T + \Delta_T} \left( \ln \left( \frac{\lambda_T r_T}{\Delta_T (\lambda_T + \Delta_T - r_T)_+} \right) \right) + \frac{1}{\lambda_T} \left( \left( \frac{\lambda_T r_T}{\Delta_T (\lambda_T + \Delta_T - r_T)_+} \right)^{\frac{-\lambda_T}{\lambda_T + \Delta_T}} - 1 \right) \right), \quad (3.6)$$

выражение для среднего остатка ссудного счета торговых менеджеров ТПФ

$$L_T(u_T^*, \Delta_T, r_T) = \frac{u_T^*}{(\lambda_T - r_T)_+} \min \left\{ 1, \left( \frac{\lambda_T r_T}{\Delta_T (\lambda_T + \Delta_T - r_T)_+} \right)^{\frac{-\lambda_T}{\lambda_T + \Delta_T}} \right\} \quad (3.7)$$

и выражение для среднего дохода ТПФ

$$v(u_T^*) = g_T \left( \gamma_0 + \frac{\gamma_1 C_T u_T^*}{g_T(u_T^* + \tilde{u}_T) + \gamma_2 C_T u_T^*} \right) \quad (3.8)$$

в зависимости от процентов  $\Delta_T$  и  $r_T$ , торговой наценки  $g_T$  и постоянных издержек  $u_T^*$ .

Торгово-посредническая фирма покупает продукт у производителей и продает его конечным потребителям. Значит, надо описать взаимодействия производителей с ТПФ и ТПФ с конечными потребителями на рынках продукта. Своеобразие нынешних российских условий в том, что *то*, что мы назвали корпорацией, представляет собой аморфное образование со слабо развитой инфраструктурой и нечеткими отношениями собственности. Управляющие корпорации слабо заинтересованы в модернизации производства и в системном повышении эффективности. Их интересы ограничены извлечением доходов из сложившихся условий производства и обращения. В результате производители работают в условиях дефицита денег, а трудности с реализацией продукта ставят их в зависимое положение от ТПФ. Поэтому мы считаем, что ТПФ назначают цену продукта  $p_0$ , имея информацию о функции предложения продукта  $Y(w, s, p_0)$  (2.6). С другой стороны, в условиях монопольного рынка с неразви-

той инфраструктурой, ТПФ имеет возможность контролировать потребительскую цену и вынуждена делать это, чтобы возместить большие издержки обращения. Поэтому мы считаем, что ТПФ, имея информацию о потребительском спросе  $C(\tilde{p}_0)$ , регулирует цену так, чтобы получить максимальный доход (3.8).

Обозначим  $\tilde{p}_0(C)$  обратную функцию спроса. ТПФ регулирует цены  $p_0$  и  $\tilde{p}_0$  так, чтобы установить равновесие на рынках продукта и не накапливать запас продукта на складе. Поэтому в обратной функции потребительского спроса положим  $EMBED C = Y(w, s, p_0)$  и найдем связь  $EMBED \tilde{p}_0(Y(w, s, p_0))$  между ценами  $p_0$  и  $\tilde{p}_0$ . Выразим торговую наценку через равновесные цены, используем выражение (3.4) для  $u_T^*$ , после чего из выражения (3.7) получим зависимость среднего остатка ссудного счета ТПФ

$$L_T(r_T, p_0; w, s) = \frac{(\tilde{p}_0(Y(w, s, p_0)) - p_0) Y(w, s, p_0)}{((\tilde{p}_0(Y(w, s, p_0)) - p_0) Y(w, s, p_0) + \gamma_2 C_T)} \times \quad (3.9)$$

$$\times \frac{\tilde{u}_T \varphi(r_T)}{(\lambda_T - r_T)_+} \min \left\{ 1, \left( \frac{\lambda_T r_T}{\Delta_T (\lambda_T + \Delta_T - r_T)_+} \right)^{\frac{-\lambda_T}{\lambda_T + \Delta_T}} \right\}$$

а из выражения (3.8) – зависимость среднего дохода ТПФ

$$v(r_T, p_0; w, s) = \quad (3.10)$$

$$= (\tilde{p}_0(Y(w, s, p_0)) - p_0) Y(w, s, p_0) \left( \gamma_0 + \frac{\gamma_1 C_T \varphi(r_T)}{((\tilde{p}_0(Y(w, s, p_0)) - p_0) Y(w, s, p_0) + \gamma_2 C_T) (1 + \varphi(r_T))} \right)$$

EMBEDEMBEDот цены продукта  $p_0$  и процентов за кредиты  $r_T, w, s$ . Точно так же находится и выражение предложения денег  $N_T(r_T, p_0; w, s)$  ТПФ.

Торгово-посредническая фирма, регулирует цену продукта  $p_0$  так, чтобы получить максимальный средний доход за вычетом издержек:

$$\Pi_T(r_T, p_0; w, s) = v(r_T, p_0; w, s) - u_T(r_T, p_0; w, s) - r_T L_T(r_T, p_0; w, s) \quad (3.11)$$

Но ТПФ, как и корпорация, управляющая производством, получает заемные средства в банковской системе, поэтому средний доход зависит от процентов за кредиты. Проценты за кредиты регулируются в "быстром" времени, а цена на продукт – в "медленном" времени. Поэтому сначала надо описать банковскую систему, взаимодействия ее с корпорацией и ТПФ при заданной цене продукта  $p_0$ , а потом уже описывать регулирование цены продукта торгово-посреднической фирмой.

#### 4. Описание банковской системы

Банковскую систему можно представить себе как совокупность коммерческих банков (КБ), занимающих доминирующее положение на денежных рынках, но подверженную регулирующему воздействию Центрального банка (ЦБ). В современной российской экономике КБ ведут активные и пассивные операции с производителями, с торгово-посредническими структурами, с населением, с государством, особенно с ЦБ, и с иностранными банками. Для целей нашего исследования существенно описать операции КБ с корпорацией, регулирующей производство, и ТПФ, регулирующей обращение продукта. Однако начнем с того, что учтем в описании всех перечисленных экономических агентов.

Будем описывать совокупность КБ в агрегированной форме, рассматривая их суммарный баланс. Активы коммерческих банков разделим на суммарные остатки: ссудных счетов производителей  $L$ , ссудных счетов торговых посредников  $L_T$ , счетов вложений в государственные ценные бумаги  $L_G$ , счетов фонда обязательного резервирования пассивов в ЦБ (ФОР)  $R_B$ , счетов ликвидные активов в ЦБ  $A$ , корреспондентских счетов в иностранных банках NOSTRO, пересчитанных в рублях. Пассивы коммерческих банков разделим на суммарные остатки: депозитных счетов населения  $D$ , расчетных счетов производителей  $N$ , расчетных счетов торговых посредников  $N_T$ , расчетных счетов государственных учреждений  $N_G$ , корреспондентских счетов иностранных банков LORO, пересчитанных в рублях, счетов собственных капиталов КБ  $O_{KB}$ . К пассивам отнесем также и суммарные остатки счетов заимствований КБ у ЦБ  $\Lambda$ . Этой величиной мы характеризуем денежную политику ЦБ по отношению к коммерческим банкам. Механизмом заимствований можно считать, например, ломбардные кредиты ЦБ<sup>7</sup>.

Суммарный баланс банковской системы выражается равенством суммарных активов суммарным пассивам и в принятых обозначениях записывается в виде:

$$L + L_T + L_G + R_B + A + \text{NOSTRO} = D + N + N_T + N_G + \Lambda + O_{KB} + \text{LORO}. \quad (4.1)$$

Согласно существующим нормативам резервирования расчетных счетов и депозитных вкладов в банковском балансе (4.1) надо положить

$$R_B = \xi(N + N_T + N_G + D),$$

где  $\xi$  – норма резервирования, установленная ЦБ.

Далее, можно считать, что  $\text{NOSTRO} = \text{LORO}$ . Это соответствует нынешней ситуации в российской экономике. Действительно, до кризиса августа 1998 г. величина NOSTRO превышала величину LORO. Эксперты связывали этот факт с вывозом капитала из России. В нынешней ситуации российским

---

<sup>7</sup> Ломбардными кредитами ЦБ РФ рефинансирует коммерческие банки с целью регулирования их ликвидности. С 09.09.96 ЦБ РФ предоставлял ломбардные кредиты под залог государственных ценных бумаг, с 27.07.98 ломбардные кредиты выдаются только на аукционной основе.



банкам невыгодно, чтобы величина NOSTRO была больше LORO, потому что они имеют валютные обязательства перед иностранными банками. В свою очередь, иностранные банки не увеличивают LORO. Клиринговые операции по NOSTRO и LORO в итоге приводят к равенству этих счетов. Приняв во внимание сказанное, перепишем суммарный баланс банковской системы (4.1) в виде

$$L + L_T + L_G + A = (1 - \xi)(D + N + N_T + N_G) + \Lambda + O_{KB}. \quad (4.2)$$

Суммарная балансовая прибыль коммерческих банков складывается из разницы процентов по кредитам и по депозитам и из результатов других операций, например, изменения собственного капитала от переоценки активов и пассивов, номинированных в валюте:

$$\Pi_B = r_P L + r_T L_T + r^G R_G - \rho D - r^B \Lambda + J. \quad (4.3)$$

Здесь  $r_P$  – процент за кредиты производителям,  $r_T$  – процент за кредиты торговым посредникам,  $r^G$  – доходность государственных ценных бумаг,  $\rho$  – процент по депозитным вкладам,  $r^B$  – процент за кредиты  $\Lambda$ ,  $J$  – другие источники прибыли. Часть балансовой прибыли выплачивается как дивиденды  $d_B$  собственникам коммерческих банков, нераспределенная балансовая прибыль (если она положительна) образует дополнительный кредитный ресурс и распределяется между кредитами, вложениями в государственные ценные бумаги и ликвидными активами. Соответственно уравнению

$$\frac{dO_{KB}}{dt} = \Pi_B - d_B$$

в пассивной части баланса банковской системы изменяется величина собственного капитала коммерческих банков.

Мы предполагаем, что банковская система как экономический агент лидирует на денежных рынках и действует рационально, стремясь максимизировать суммарную прибыль. Тогда механизмы регулирования процентов за кредиты  $r_P$ ,  $r_T$  и процента по депозитам  $\rho$  можно описать решением задачи на максимум суммарной банковской прибыли

$$r_P L(r_P) + r_T L_T(r_T) + r_G(L^G)L^G - \rho D(\rho) - r^B \Lambda + J \Rightarrow \max_{r_P, r_T, \rho} \quad (4.4)$$

при балансовом ограничении

$$L(r_P) + L_T(r_T) + L_G + A = (1 - \xi)(D(\rho) + N(r_P) + N_T(r_T) + N_G) + \Lambda + O_{KB}. \quad (4.5)$$

В выражения (4.4) и (4.5) подставлены функции спроса  $L(r_P)$ ,  $L_T(r_T)$  и функции предложения  $D(\rho)$ ,  $N(r_P)$ ,  $N_T(r_T)$  соответствующих контрагентов банковской системы, а также условие выпуска государственных ценных бумаг  $r_G(L^G)$ .

Для обслуживания своих пассивов банковская система должна поддерживать необходимый операционный запас ликвидных активов. Будем предполагать, что ликвидные активы банковской системы не превышают необходимого операционного запаса:

$$A = \xi_1 D + \xi_2 N + \xi_3 N_T + \xi_4 N_G, \quad (4.6)$$

где  $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$  – нормативы, связанные соответственно с обслуживанием депозитов населения, остатков расчетных счетов производителей, остатков расчетных счетов торговых посредников и остатков расчетных счетов государственного бюджета. Если рынок денег стабилен, банковская система может поддерживать постоянные нормативы  $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ <sup>8</sup>.

Подставим выражение (4.6) в балансовое ограничение (4.5) и выразим из него спрос коммерческих банков на кредит ЦБ:

$$\begin{aligned} \Lambda = & -(1 - \xi - \xi_1)D(\rho) + L(r_p) - (1 - \xi - \xi_2)N(r_p) + L_T(r_T) - (1 - \xi - \xi_3)N_T(r_T) + \\ & + L_G - (1 - \xi - \xi_4)N_G - O_{KB}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Подставим в выражение для прибыли (4.4) выражение (4.7) спроса  $\Lambda$  и сведем задачу на максимум банковской прибыли (4.4) при балансовом ограничении (4.5) к отысканию максимума функции

$$\begin{aligned} & (r^B(1 - \xi - \xi_1) - \rho)D(\rho) + (r_p L(r_p) + r^B((1 - \xi - \xi_2)N(r_p) - L(r_p))) + \\ & + (r_T L_T(r_T) + r^B((1 - \xi - \xi_3)N_T(r_T) - L_T(r_T))) + \\ & + ((r^G(L_G) - r^B)L_G + r^B(1 - \xi - \xi_4)N_G) + r^B O_{KB} + J \end{aligned} \quad (4.8)$$

по переменным  $r_p, r_T, \rho, L^G$ .

Из выражения (4.8) ясно, что задача на максимум суммарной прибыли банковской системы распадается на независимые задачи на максимум прибылей: от депозитов, от кредитов производителям, от кредитов торговым посредникам, от покупки государственных ценных бумаг и от других источников (если прибыль от них не зависит от  $r_p, r_T, \rho, r^G$ ).

В нашем исследовании надо решить задачу на максимум прибыли от кредитов производителям

<sup>8</sup> Если на рынке возникает паника, то нормативы  $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$  скачком увеличиваются. ЦБ может частично компенсировать этот скачок, уменьшая норму резервирования  $\xi$ . Так во время кризиса августа 1998г. ЦБ РФ уменьшил нормативы отчислений в фонд обязательного резервирования, чем частично компенсировал негативное влияние паники на коммерческие банки.

$$(r_P L(r_P) + r^B ((1 - \xi - \xi_2)N(r_P) - L(r_P))) \Rightarrow \max_{r_P} \quad (4.9)$$

и задачу на максимум прибыли от кредитов торговым посредникам

$$(r_T L_T(r_T) + r^B ((1 - \xi - \xi_3)N_T(r_T) - L_T(r_T))) \Rightarrow \max_{r_T} \quad (4.10)$$

## 5. Описание механизмов регулирования процентов и цены

Решение задачи (4.9) описывает механизм образования процента  $r_P$  по кредитной линии, которую банковская система открывает корпорации, управляющей производством. Решение задачи (4.10) описывает механизм образования процента  $r_T$  по кредитной линии, которую банковская система открывает торгово-посреднической фирме, регулирующей обращение продукта. Эти задачи в качестве параметра содержат ставку рефинансирования  $r^B$  банковской системы Центральным банком. От нее зависит спрос  $\Lambda(r^B)$  банковской системы на кредит ЦБ. Ставку рефинансирования  $r^B$  мы будем считать параметром, определяющим денежную политику Центрального Банка.

Подставим в (4.9) выражение (2.8) среднего спроса корпорации на кредиты и выражение (2.7) ее предложения денег. Двойственную переменную  $S$  отождествим с процентом за кредит  $r_P$ . Неравенство (2.9) означает, что спрос на кредит обеспечен доходами корпорации. Решение задачи на максимум

$$r L\left(\frac{r_P}{\lambda}, p_0\right) + r^B \left( (1 - \xi - \xi_2) N\left(w, \frac{r_P}{\lambda}, p_0\right) - L\left(\frac{r_P}{\lambda}, p_0\right) \right) \Rightarrow \max_{r_P} \quad (5.1)$$

определяет процент  $r_P$  EMBED в зависимости от ставки рефинансирования  $r^B$ , цены продукта  $p_0$  и параметра  $w$ . Цену продукта  $p_0$  надо считать заданной, потому что процент по кредитам регулируется в "быстром", цена продукта – в "медленном" времени. Параметр  $w$  будем считать заданной нормой дисконтирования доходов корпорации. Она характеризует конъюнктуру в реальном секторе экономики.

Чтобы сформулировать задачу для определения процента  $r_T$ , надо подставить выражение (3.9) спроса на кредит, подобное выражение предложения денег и выражение (3.10) среднего дохода торгово-посреднической фирмы в выражение для чистого дохода (3.11). В результате условие (4.10) примет вид

$$r_T L_T(r_T, \Delta_T, p_0) - r^B (L_T(r_T, \Delta_T, p_0) - (1 - \xi - \xi_3)N_T(r_T, \Delta_T, p_0)) \rightarrow \max_{r_T} \quad (5.2)$$

К нему надо добавить условие обеспеченности кредита доходом ТПФ

$$r_T L_T(r_T, \Delta_T, p_0) \leq \zeta_T [v(r_T, p_0; w, r) - u_T(r_T, p_0; w, r)], \quad (5.3)$$

где  $0 < \zeta_T \leq 1$  – доля доходов, которую ТПФ может использовать на выплату процентов за кредит. Заметим, что условие (5.3) обеспечивает ограниченность величины  $L_T(r_T, \Delta_T, p_0)$ . Решение задачи (5.1), (5.2) определяет процент за кредит  $r_T$  в зависимости от ставки рефинансирования  $r^B$ , цены продукта  $p_0$  и параметра  $\Delta_T$ . Цена продукта меняется медленно, поэтому ее считаем заданной. Параметр  $\Delta_T$  тоже считаем заданным, полагая его нормой дисконтирования доходов ТПФ.

Теперь надо описать механизм формирования цены продукта  $p_0$ . Цена продукта регулируется в "медленном" времени, поэтому надо считать, что процент за кредит установлен банковской системой. Торгово-посредническая фирма регулирует цену  $p_0$  так чтобы получить максимум чистого дохода (3.10)

$$\begin{aligned} \Pi_T(r_T, p_0; w, r) &= v(r_T, p_0; w, r) - u_T(r_T, p_0; w, r) - r_T L_T(r_T, p_0; w, r) = \\ &= (\tilde{p}_0(Y(w, r, p_0)) - p_0) Y(w, r, p_0) \left( \gamma_0 + \frac{\gamma_1 C_T \varphi(r_T)}{((\tilde{p}_0(Y(w, r, p_0)) - p_0) Y(w, r, p_0) + \gamma_2 C_T)(1 + \varphi(r_T))} \right) - \\ &- \frac{(\tilde{p}_0(Y(w, r, p_0)) - p_0) Y(w, r, p_0)}{((\tilde{p}_0(Y(w, r, p_0)) - p_0) Y(w, r, p_0) + \gamma_2 C_T)} \frac{\tilde{u}_T \varphi(r_T)}{(\lambda_T - r_T)_+} \min \left\{ 1, \left( \frac{\lambda_T r_T}{\Delta_T (\lambda_T + \Delta_T - r_T)_+} \right)^{\frac{-\lambda_T}{\lambda_T + \Delta_T}} \right\}. \end{aligned}$$

Вычислим производную функции  $\Pi_T(r_T, p_0; w, r)$  по  $p_0$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi_T}{\partial p_0} &= \left( \left( \frac{\partial \tilde{p}_0(a)}{\partial a} \Big|_{a=Y(w, r, p_0)} + \tilde{p}_0(Y(w, r, p_0)) - p_0 \right) \frac{\partial Y}{\partial p_0} - Y(w, r, p_0) \right) \times \\ &\times \left( \gamma_0 + \frac{\gamma_2 C_T \varphi(r_T)}{((\tilde{p}_0(Y(w, r, p_0)) - p_0) Y(w, r, p_0) + \gamma_2 C_T)^2} \left\{ \frac{\gamma_1 C_T}{1 + \varphi(r_T)} - \tilde{u}_T \left[ 1 + \frac{r_T}{(\lambda - r_T)_+} \min \left\{ 1, \left( \frac{\lambda_T r_T}{\Delta_T (\lambda_T + \Delta_T - r_T)_+} \right)^{\frac{-\lambda_T}{\lambda_T + \Delta_T}} \right\} \right] \right\} \right). \end{aligned}$$

Из неравенства (5.3) следует, что  $\Pi_T(r_T, p_0; w, r) \geq 0$ , теперь непосредственной проверкой можно убедиться, что второй сомножитель в выражении  $\partial \Pi_T / \partial p_0$  положителен.

Естественно считать, что обратная функция спроса  $\tilde{p}_0(Y(w, r, p_0))$  такова, что существует решение задачи на максимум (5.2), (5.3)  $p_0 > 0$ <sup>9</sup>. В силу положительности второго сомножителя в выражении для производной  $\frac{\partial \Pi_T}{\partial p_0}$  цена продукта  $p_0$  определяется из условия

<sup>9</sup> При  $p_0 = 0$  производитель не выпускает продукцию.

$$\left( \frac{\partial \tilde{p}_0(a)}{\partial a} \Big|_{a=Y(w, r, p_0)} + \tilde{p}_0(Y(w, r, p_0)) - p_0 \right) \frac{\partial Y}{\partial p_0} - Y(w, r, p_0) = 0$$

и не зависит от процента  $r_T$ . Значит, и цена спроса  $\tilde{p}_0(Y(w, r, p_0))$  не зависит от процента  $r_T$ . Описание взаимодействия по Нэшу банковской системы и торгово-посреднической фирмы свелась к описанию взаимодействия банковской системы и ТПФ при заданных ценах спроса  $\tilde{p}_0$  и предложения  $p_0$ . Напомним, что этот результат следует из того, что мы приняли функциональную зависимость доли от торговой наценки  $f(x)$ , которая достается ТПФ, в виде (4.3).

После того, как описаны механизмы установления процентов за кредит  $r_p(r^B)$  и  $r_T(r^B)$  в зависимости от ставки рефинансирования ЦБ  $r^B$  и цен спроса  $\tilde{p}_0$  и предложения  $p_0$  продукта, можно вычислить все макроэкономические показатели состояния экономики и проанализировать влияние на них денежной политики ЦБ, которая характеризуется ставкой  $r^B$ .

## 6. Влияние денежной политики Центрального банка на реальный сектор российской экономики

Чтобы получить количественные оценки влияния денежной политики ЦБ на уровень производства, была проведена идентификация описанной выше модели. Параметры модели идентифицировались по данным Госкомстата РФ о состоянии экономики России за 1996 г. [9]. Этот год был выбран в качестве базового потому, что тогда инфляция была относительно низкой (22% в год), а реальный выпуск мало отличался от выпуска предыдущего года. Это в некоторой степени оправдывало исходное предположение о том, что цены и мощности изменяются в "медленном" и "очень медленном" времени, и давало основание оценивать отраслевую структуру производственных мощностей реального сектора экономики России по доступным статистическим данным о выпуске отраслей в текущих ценах.

Переменная модели "выпуск продукта"  $Y$  сопоставлялась со статистической величиной объема производства в экономике, переменная "затраты ПФТП"  $Z$  – с суммой статистических величин промежуточного потребления и оплаты труда. Производственными единицами (предприятиями) мы считали отрасли промышленности, строительства и транспорта по принятой номенклатуре. Относительные мощности (отнесенные к суммарной мощности) производственных единиц оценивались по статистическим величинам их объемов производства. Себестоимость производства по отраслям оценивалась по данным о рентабельности, согласованными с данными о затратах ПФТП. В результате было построено распределение мощностей по себестоимости 17 производственных единиц – отраслей. Суммарная мощность подбиралась так, чтобы были близкими рассчитанная по модели и статистическая величины ВВП. Список отраслей, их рентабельность, себестоимость продукта и распределение мощностей по себестоимости приведены в Таблице 1.

Таблица 1.

	Отрасли производства товаров	Рентабельность отрасли	себестоимость продукта, $y$	доля выпуска, $\eta(y)$
1	Лесная, деревообрабатывающая и целлюлозно-бумажная промышленность	0,123	0,890	0,024
2	Легкая промышленность	0,201	0,833	0,012
3	Угольная промышленность	0,208	0,828	0,016
4	Черная металлургия	0,248	0,801	0,050
5	Пищевая промышленность	0,254	0,797	0,076
6	Химическая и нефтехимическая промышленность	0,261	0,793	0,043
7	Промышленность строительных материалов	0,284	0,779	0,028
8	Строительство	0,288	0,777	0,154
9	Остальная промышленность	0,312	0,762	0,094
10	Цветная металлургия	0,312	0,762	0,032
11	Нефтеперерабатывающая промышленность	0,317	0,759	0,028
12	Машиностроение и металлообработка	0,318	0,759	0,115
13	Газовая промышленность	0,339	0,747	0,012
14	Электроэнергетика	0,359	0,736	0,092
15	Нефтедобывающая промышленность	0,366	0,732	0,049
16	Медицинская промышленность	0,488	0,672	0,004
17	Транспорт	0,706	0,586	0,169

Потребительский спрос на продукт не был описан, и цены продукта  $p_0$  и  $\tilde{p}_0$  были приняты постоянными. Была принята естественная нормировка  $p_0 = 1$ , а разница цен  $\tilde{p}_0 - p_0$  оценена по статистическим данным об уровне производства, о затратах ПФТП и о ВВП.

К торгово-посредническим структурам отнесли торговлю и общественное питание, операции с недвижимостью, финансы, кредит и страхование, а также деятельность по обеспечению функционирования рынков. Их вклад учитывался при подсчете суммарных показателей. Параметры в описании доли торговой наценки, достигающей ТПФ, назначались экспертно с учетом тех ограничений, которые возникают из самого описания.

Параметры пуассоновских потоков  $\lambda$  и  $\lambda_T$  не поддаются идентификации, поэтому они верифицировались. По экспертным оценкам суммарная ссудная задолженность производства примерно равна суммарной ссудной задолженности торговли. Кроме того, известно, что в базовом году в нашей экономике от-

ношение ВВП/М2 равнялось 1.4. Оценивая М2 суммой ссудных задолженностей производителей и торговых посредников и полагая  $\lambda = \lambda_T$ , мы подобрали  $\lambda$  таким, чтобы ссудные задолженности производителей и торговых посредников были примерно одинаковыми, а вычисленный по модели ВВП, отнесенный к сумме ссудных задолженностей производителей и торговых посредников, был близок к 1.4.

Результаты вычислительных экспериментов с моделью представлены графиками. Графики на рис. 2 – 6 показывают зависимости макроэкономических показателей состояния экономики от величины ставки рефинансирования  $r^B$ , измеренной месячными процентами. Все объемные показатели выражены в неденоминированных рублях. На рис. 2 - 4 тонкими линиями изображены графики макропоказателей производителей, а толстыми линиями – торговых посредников.

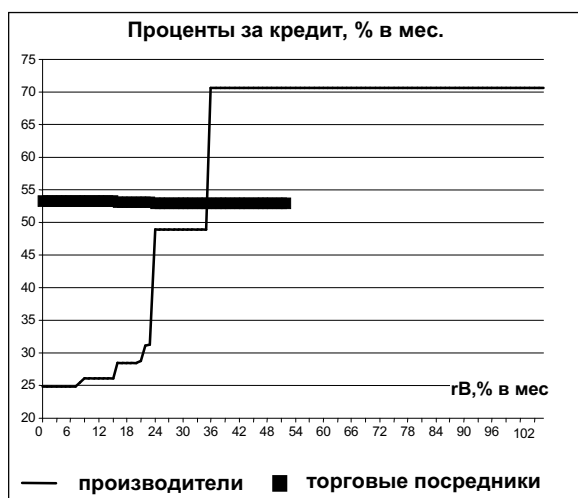


Рис. 2

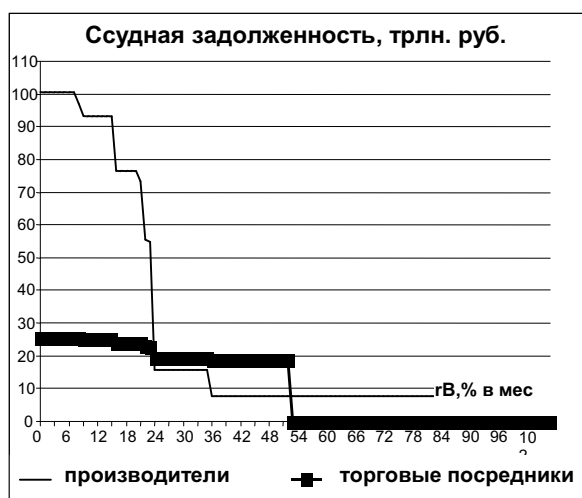


Рис. 3

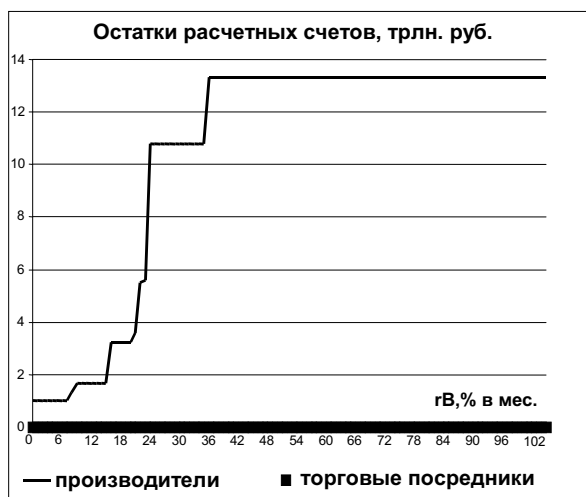


Рис. 4

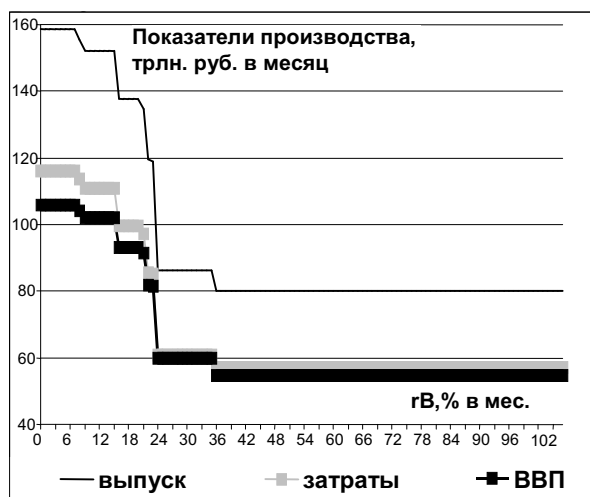


Рис. 5

Ясно видна качественная особенность влияния денежной политики ЦБ на состояние экономики и, в частности, на состояние ее реального сектора. Общая тенденция такова, что снижение ставки рефинансирования вызывает уменьшение процента за кредит, поэтому при снижении ставки рефинансирования банковская система начинает кредитовать менее рентабельных экономических агентов. Это хорошо видно по графикам макропоказателей производителей (см. Рис. 2).

Процент за кредит торговым посредникам не зависит от ставки рефинансирования вследствие принятых упрощений в описании ТПФ. Во-первых, в исходном описании торговые посредники считались одинаковыми в том смысле, что доли их продаж не были распределены по параметру их эффективности. Во-вторых, спрос торговых посредников на кредит определяется их постоянными издержками, последние зависят от объемных показателей только через цены, а мы приняли цены постоянными. Поэтому спрос на кредит торговых посредников зависит только от процента за кредит и не изменяется после того, как ставка рефинансирования достигает значения  $r^B \approx 51\%$  (см. рис. 2).

Как денежная политика ЦБ влияет на реальный сектор экономики, хорошо видно на рис. 3. Пока ставка рефинансирования  $r^B$  больше 36% в месяц, рентабельность всех производственных единиц ("предприятий" - отраслей), кроме предприятия "транспорт", недостаточна, чтобы пользоваться коммерческими кредитами банковской системы. Предприятия работают на "собственных" оборотных средствах, что видно по графику суммарного остатка расчетных счетов на рис. 4. Производственные мощности этих предприятий загружены на 55-67%, в зависимости от себестоимости продукта. По мере снижения ставки рефинансирования коммерческий кредит становится доступным менее рентабельным предприятиям. Когда  $r^B$  достигает 21-23% в месяц, большая группа предприятий одновременно становится кредитоспособной и полностью загружает свои мощности. Это видно по скачкам на графиках ссудной задолженности производителей (рис. 3) и на графиках показателей производства (рис. 5) у производителей пропадает необходимость замораживать деньги на расчетных счетах, и остатки расчетных счетов скачком уменьшаются (см. рис. 4).

Несмотря на то, что величины ставки рефинансирования сильно завышены, результаты расчетов отражают качественно специфику современной российской экономики. При высоких ставках рефинансирования кредитоспособность производителей существенно ниже кредитоспособности торговых посредников, поэтому коммерческие кредиты распределяются в пользу последних. Снижение ставки рефинансирования не меняет качественно экономическую ситуацию и не влияет на состояние реального сектора, пока ставка не достигнет порогового значения ( $r^B = 23\%$ ), после чего коммерческие кредиты оживляют производство.



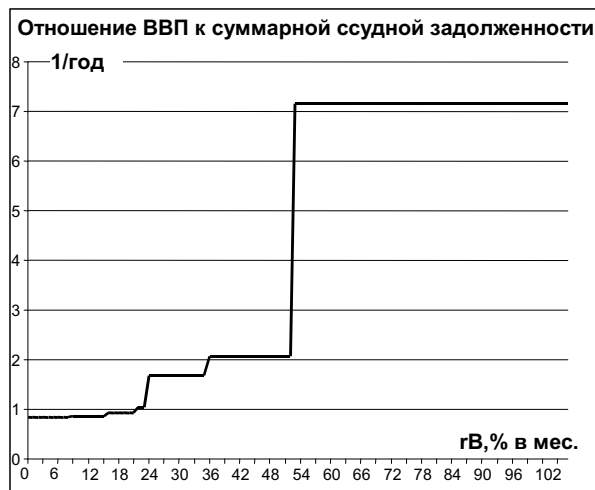


Рис. 6



Рис. 7

Этот главный результат становится еще более наглядным, если ввести в рассмотрение скорость обращения денежного агрегата M2. Нашей моделью этот показатель приближенно оценивается отношением ВВП и суммы ссудных задолженностей производителей и торговых посредников  $VVP/\Sigma L$  – скоростью обращения кредитных денег. На рис. 6 видно, что этот показатель уменьшается при снижении ставки рефинансирования, но опять-таки по понятным причинам зависимость оказывается существенно нелинейной. Так как эта зависимость монотонна, то можно построить зависимость распределения кредитных ресурсов между производителями и торговыми посредниками от скорости обращения кредитных денег  $VVP/\Sigma L$ . Эта зависимость показана на рис. 7. Существует пороговое значение  $VVP/\Sigma L \approx 2$  скорости обращения. Если скорость обращения выше порогового значения, снижение ее вызывает перераспределение кредитов в пользу торговых посредников, если ниже – в пользу производителей.

Существование порогового значения скорости обращения кредитных денег можно интерпретировать как "ловушку". Именно, в силу сложившихся в российской экономике отношений скорость обращения выше пороговой, поэтому небольшое вливание кредитных ресурсов в экономику приводит к распределению денег преимущественно между торгово-посредническими структурами, а до производителей деньги не доходят.

### Список литературы.

1. Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А. Опыт математического моделирования экономики. М.: Энергоатомиздат, 1996. – 554 с.
2. Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А. От Госплана к неэффективному рынку: математический анализ эволюции российских экономических структур. The Edwin Mellen Press, 1999. – 392с.
3. Автухович Э.В., Гуриев С.М., Оленев Н.Н., Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А., Чуканов С.В. Математическая модель экономики переходного периода. М.: ВЦ РАН, 1999. – 143 с.

4. Шаффер М.Е. Имеют ли фирмы в переходных экономиках мягкие бюджетные ограничения? Пересмотр концепций и фактов. // Экономика и математические методы, 1999. Т.35, №2. С. 34–49.
5. Автухович Э.В., Шананин А.А. Модель отрасли производства в условиях дефицита оборотных средств. // Математическое моделирование, 2000. Т.12, №7. С. 102–126.
6. Houthakker H.S. The Pareto distribution and the Cobb – Douglas production function in activity analysis. // Rev. Econ. Studies, 1955 - 56, v.23(1), N60, p.27–31.
7. Johansen L. Production functions. Amsterdam – London: North Holland Publ.Co., 1972. 274 p.
8. Краснощеков П.С., Петрова А.А. "Принципы построения моделей", М.: Фазис: ВЦ РАН, 2000. – 412 с.
9. Российский статистический ежегодник, 1997. М.: Госкомстат, 1998.